

PARADOSSO del COMPLEANNO

Qual è il valore minimo di k tale che la probabilità che almeno due persone (una qualsiasi coppia di persone) in un gruppo di k persone abbiano lo stesso compleanno sia maggiore di 0,5?

Si ignora il 29 febbraio e si ipotizza che ciascun compleanno sia equiprobabile

$P(n, k)$ = probabilità che esista almeno un duplicato in k elementi quando ciascun elemento può assumere un valore ugualmente probabile fra 1 e n

$Q(n, k)$ = probabilità che non esistono duplicati

Se $k > 365$ è impossibile che non esistano duplicati. Consideriamo quindi il caso $k \leq 365$

Sia N il numero dei vari modi in cui vi possono essere k valori senza duplicati. Si può scegliere uno qualsiasi dei 365 valori come primo elemento, uno qualsiasi dei rimanenti come secondo elemento e così via =>

$$N = 365 \times 364 \times \dots \times (365 - k + 1) = 365! / (365 - k)!$$

Numero totale di possibili valori = 365^k

$$Q(365, k) = (365! / (365 - k)!) / 365^k$$

$$P(365, k) = 1 - Q(365, k) = 1 - (365! / (365 - k)!) / 365^k$$