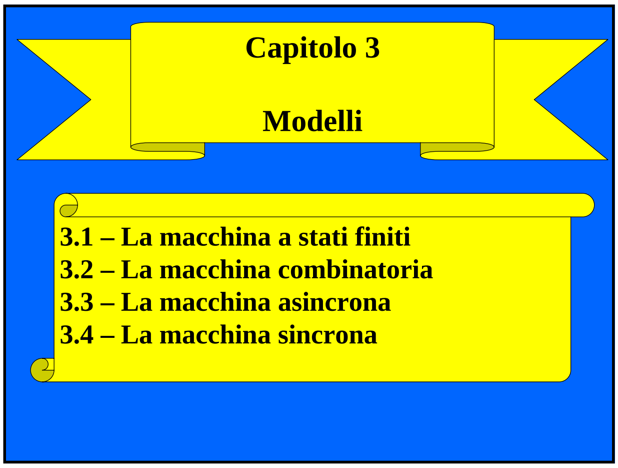
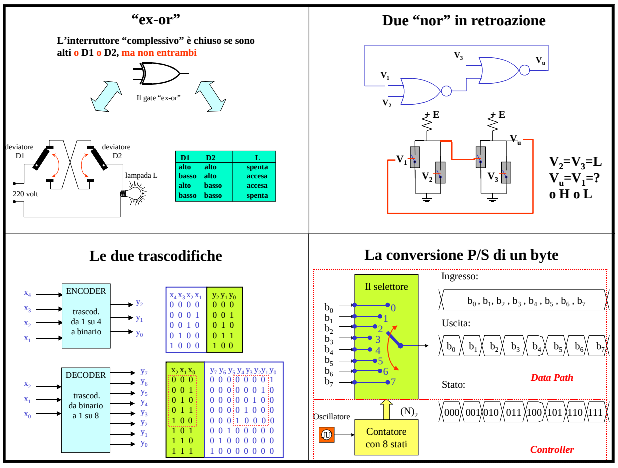
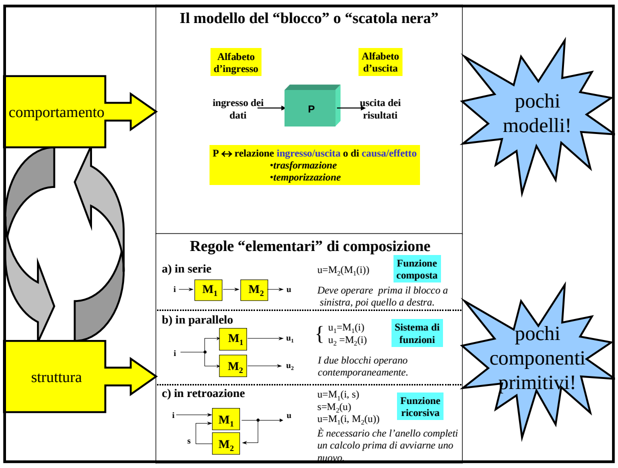

Capitolo 3
Modelli
3.1 – La macchina a stati finiti
3.2 – La macchina combinatoria
3.3 – La macchina asincrona
3.4 – La macchina sincrona

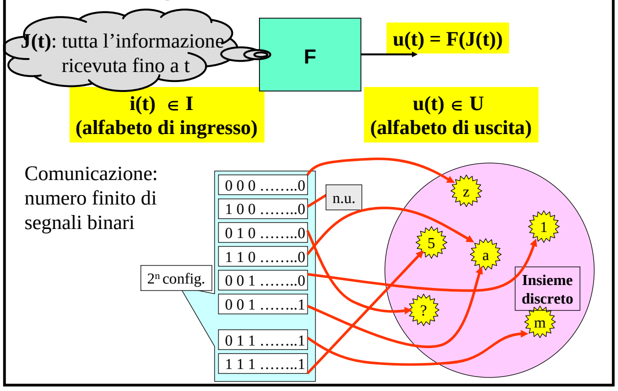

“ex-or”
L’interruttore “complessivo” è chiuso se sono alti o D1 o D2, ma non entrambi
Il gate “ex-or”
deviatore D1
deviatore D2
lampada L
220 volt
Due “nor” in retroazione
La due trascodifiche
ENCODER
DECODER
La conversione P/S di un byte
Il selettore
Ingresso:
Uscita:
Stato:
Data Path
Oscillatore
Contatore con 8 stati
Controller


Il modello del “blocco” o “scatola nera”
Alfabeto d’ingresso
Alfabeto d’uscita
ingresso dei dati
uscita dei risultati
comportamento
struttura
pochi modelli!
pochi componenti primitivi!
Regole “elementari” di composizione
a) in serie
Funzione composta
Deve operare prima il blocco a sinistra, poi quello a destra.
b) in parallelo
Sistema di funzioni
I due blocchi operano contemporaneamente.
c) in retroazione
Funzione ricorsiva

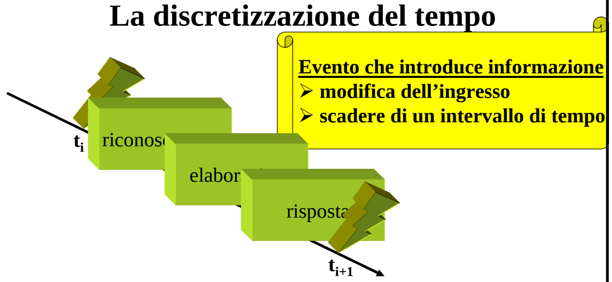

3.1
La macchina
a stati finiti

**Digitale è sinonimo di discreto**

## La discretizzazione degli stimoli e delle risposte

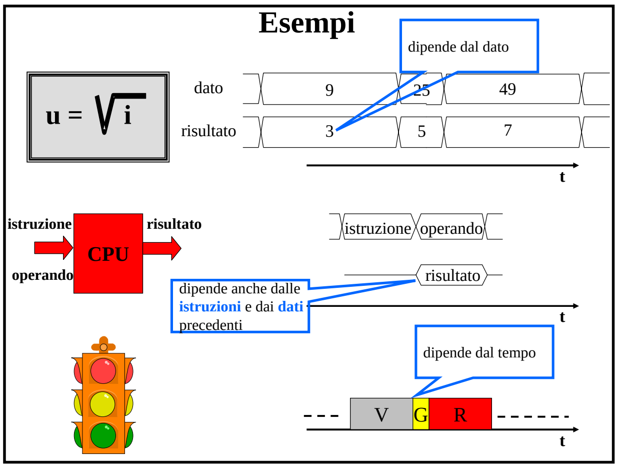



## La discretizzazione del tempo




**l'uscita attuale può dunque dipendere:**
- **dall'ingresso contemporaneo**
- **dagli ingressi precedenti**
- **dal trascorrere del tempo**

## Esempi



# Lo stato interno

## Sequenze di ingressi e di uscite

**Indichiamo con**

$t_0, t_1, \ldots, t_{n-1}, t_n$

**una sequenza finita di istanti in cui si sono verificati degli eventi**

**l'uscita al generico istante $t_n$ dipende**

- **dalla sequenza di ingresso $i(t_0) \Rightarrow i(t_1) \Rightarrow \ldots \Rightarrow i(t_{n-1}) \Rightarrow i(t_n)$**

$$u(t_n) = F(\ \ldots\ i(t_0), i(t_1), \ldots, i(t_{n-1}), i(t_n))$$

e questo come si esprime??

**e**

- **dalla condizione iniziale della macchina $s(t_0)$.**

$$u(t_n) = F(s(t_0), i(t_0), i(t_1), \ldots, i(t_{n-1}), i(t_n))$$

## Lo stato iniziale

$$\boxed{s(t_0) \in S}$$

**Esempio : il percorso di un'auto dipende non solo dai comandi via via dati con volante, freno, acceleratore, ma anche dalla benzina inizialmente nel serbatoio e dallo stato di usura delle gomme.**

**Esempio : Non basta caricare un orologio per avere l'ora esatta. L'ora indicata dipende infatti non solo dal n° di scatti che la molla ha dato alle lancette, ma anche dalla loro posizione iniziale.**

**Esempi: digitazione del PIN allo sportello Bancomat,**
**posizione del bit in uscita dal convertitore P/S**

## Sequenze di ingressi, di uscite e di stati

$$u(t_n) = F(\underbrace{s(t_0), i(t_0)}_{s(t_1)}, i(t_1), \ldots, i(t_{n-1}), i(t_n)) \qquad s(t_0) \in S$$

$$u(t_n) = F(\underbrace{s(t_1), i(t_1)}_{s(t_2)}, \ldots, i(t_{n-1}), i(t_n)) \qquad s(t_1) \in S$$

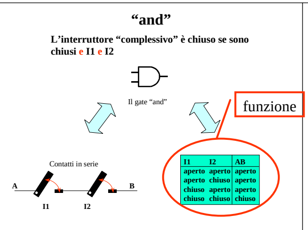
$\vdots$

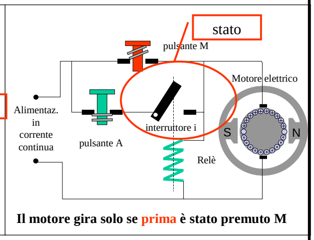
$$\begin{cases} u(t_n) = F(s(t_n), i(t_n)) & s(t_n) \in S \quad \text{stato interno } \textbf{presente} \\ s(t_{n+1}) = G(s(t_n), i(t_n)) & s(t_{n+1}) \in S \quad \text{stato interno } \textbf{futuro} \end{cases}$$

## Classificazione dei comportamenti

| Tipo di macchina | Relazione ingresso/uscita |
|---|---|
| sequenziale | $u(t_n) = F(s(t_n), i(t_n))$<br>$s(t_{n+1}) = G(s(t_n), i(t_n))$ |
| | caso più semplice? |
| combinatoria | $u(t_n) = \mathcal{F}(i(t_n))$<br>$u = \mathcal{F}(i)$ |

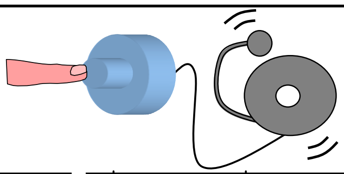
## Esempi




**Macchina combinatoria** **Macchina sequenziale**

## Il campanello



| *i: Pulsante* | *u: Suoneria* |
|---|---|
| Premuto | din |
| Rilasciato | nessun suono |

$u = F(i)$

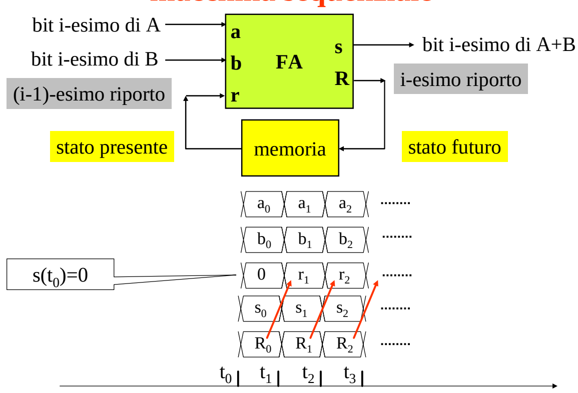
**Macchina combinatoria**

| | *i: Pulsante* | *u: Suoneria* |
|---|---|---|
| $t_0$ | Premuto | din |
| $t_1$ | Rilasciato | nessun suono |
| $t_2$ | Rilasciato | don |
| $t_3$ | Rilasciato | nessun suono |

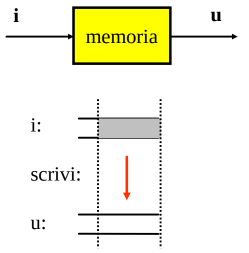
$u(t_i) = F(i(t_i), i(t_{i-1}), ..)$

**Macchina sequenziale: a parità d'ingresso risposte diverse ad istanti diversi**

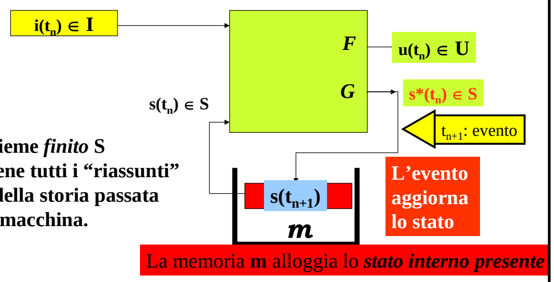
## Addizione colonna per colonna: macchina sequenziale



## La memoria: macchina sequenziale




## La struttura della macchina a stati finiti




**L'insieme *finito* S contiene tutti i "riassunti" utili della storia passata della macchina.**

La funzione ***F*** , tramite $i(t_n)$ e $s(t_n)$, calcola la ***risposta*** $u(t_n)$

La funzione ***G*,** con gli stessi argomenti, calcola il ***nuovo riassunto* s*(t_n)** ( detto ***stato interno futuro***)

## La FSM (Finite State Machine)

**Sistema matematico**

**M = {I, U, S, F, G}**

**formato da 3 INSIEMI**

**I:** $\{i_1, i_2, \ldots, i_n\}$ *alfabeto di ingresso*

**U:** $\{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$ *alfabeto di uscita*

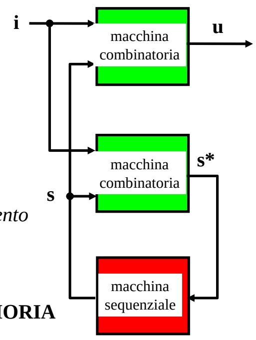
**S:** $\{s_1, s_2, \ldots, s_k\}$ *insieme degli stati*

**e da 2 FUNZIONI**

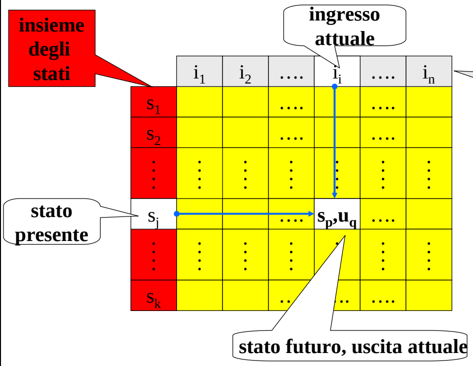
**F :** $S \times I \rightarrow U$ *funzione di uscita*

**G :** $S \times I \rightarrow S$ *funzione di aggiornamento dello stato interno*

**Nella realizzazione occorre una MEMORIA** *che mantenga il "vecchio stato" s fino a quando non è necessario sostituirlo con il "nuovo stato" s**

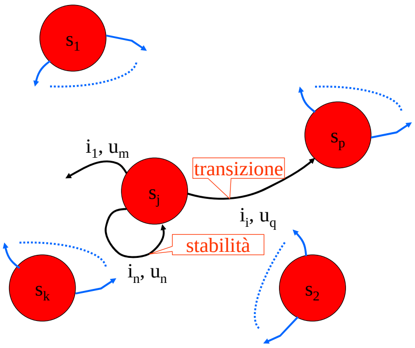



## Descrizione con tabella di flusso



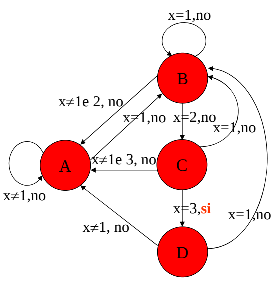

NB: mancano indicazioni sull'istante di aggiornamento

## Descrizione con grafo degli stati



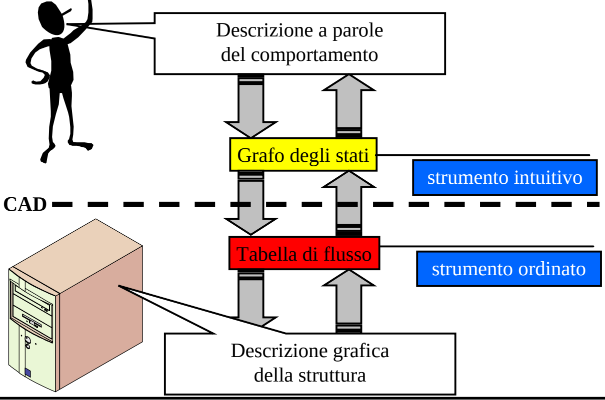

## Esempio: analisi di una stringa

**Stringa: x(1) x(2) x(3) x(4) x(5) … con x(i)∈{0,1,..,9}**
**Risposta: "si" se x(i) x(i+1) x(i+2) = 123 , "no" in ogni altro caso**



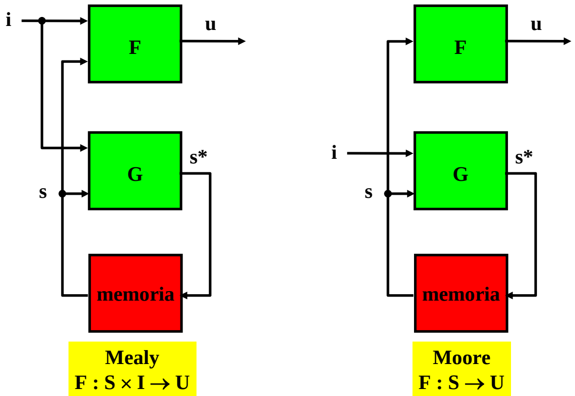

| | 1 | 2 | 3 | 4÷9 |
|---|---|---|---|---|
| A | B,no | A,no | A,no | A,no |
| B | B,no | C,no | A,no | A,no |
| C | B,no | A,no | D,si | A,no |
| D | B,no | A,no | A,no | A,no |

## Analisi e Sintesi



## Casi particolari

## 1: Automa di Mealy e Automa di Moore




## Automa di Mealy e automa di Moore

GRAFO:
simbolo d'uscita
all'interno del nodo

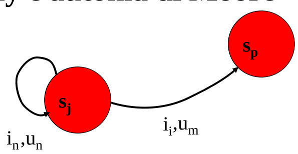
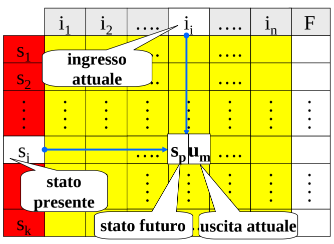
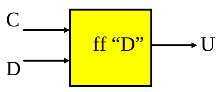



TABELLA:
ulteriore colonna
per specificare
la **F : S → U**

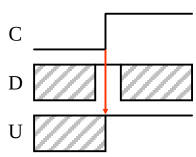



## Esempio: il flip-flop D

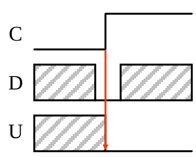
Macchina con ingressi C,D ed uscita U.
U riproduce il valore presente su D in corrispondenza di ogni fronte di salita di C



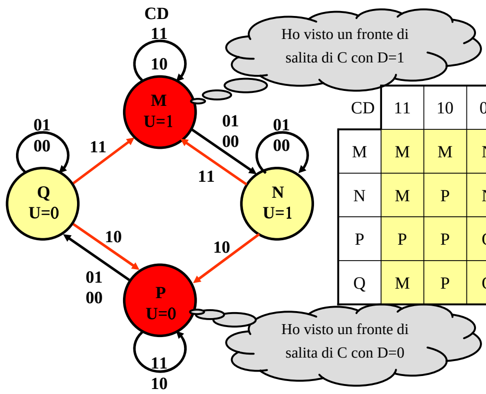

Il "campionamento" di D=1 determina U=1




Il "campionamento" di D=1 determina U=1



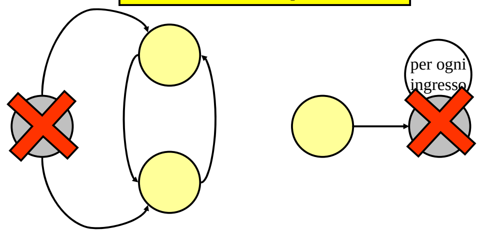
## Il flip-flop D: grafo e tabella di Moore




| CD | 11 | 10 | 01 | 00 | U |
|---|---|---|---|---|---|
| M | M | M | N | N | 1 |
| N | M | P | N | N | 1 |
| P | P | P | Q | Q | 0 |
| Q | M | P | Q | Q | 0 |

## 2: Grafi strettamente connessi

Macchine che non si fermano mai
Stato iniziale qualsiasi




Deve esistere almeno una sequenza d'ingresso che consenta di passare da uno stato arbitrariamente scelto ad un altro stato arbitrariamente scelto

## 3: Stati indistinguibili e Automi equivalenti

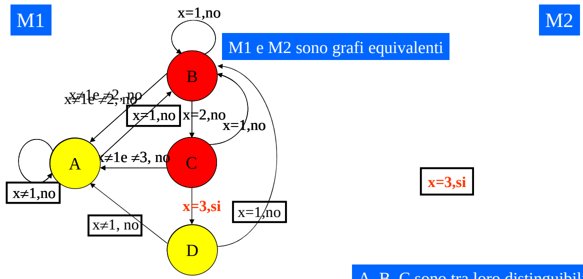
La descrizione con un automa di un comportamento sequenziale **non è unica**

- **Stati indistinguibili**: due o più stati a partire dai quali, per ogni possibile sequenza d'ingresso, si ottengono **sequenze d'uscita identiche**
- **Automi equivalenti**: automi che descrivono lo stesso comportamento con **differente numero di stati interni**
- **Automa minimo**: automa i cui stati interni sono tutti tra loro **distinguibili**

## Riconoscimento di "1-2-3": l'automa minimo

M1

M2



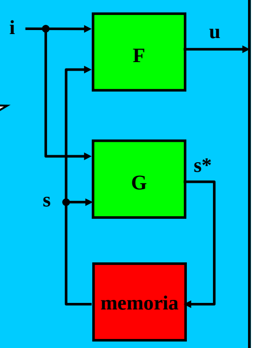

A e B sono stati indistinguibili

| | 1 | 2 | 3 | 4÷9 |
|---|---|---|---|---|
| A | B,no | A,no | A,no | A,no |
| B | B,no | C,no | A,no | A,no |
| C | B,no | A,no | D,si | A,no |
| D | B,no | A,no | A,no | A,no |

A, B, C sono tra loro distinguibili: la tabella è minima

| | | 1 | 2 | 3 | 4÷9 |
|---|---|---|---|---|---|
| {A,D} | A | B,no | A,no | A,no | A,no |
| | B | B,no | C,no | A,no | A,no |
| | C | B,no | A,no | A,si | A,no |

Macchine
•combinatorie
•asincrone
•sincrone




## Classificazione delle FSM

N° di stati interni:
0 o 1 **Macchina combinatoria**
2 o più **Macchina sequenziale**

N° di simboli d'uscita per simbolo d'ingresso:
1 **Macchina sequenziale asincrona**
2 o più **Macchina sequenziale sincrona**

**Evento che può modificare l'uscita**
➢ **modifica dell'ingresso**
**modifica dello stato ad ogni** ma come misurarlo?

## Esempi

Il relè ad autoritenuta è una macchina **asincrona**:
MARCIA, finché è premuto, produce passaggio di corrente
ARRESTO , finché è premuto, impedisce il passaggio di corrente
MARCIA e ARRESTO, finché non sono premuti, determinano
o passaggio o assenza di corrente.
N.B. due effetti per una sola causa, quindi è una macchina sequenziale;
la durata dell'ingresso non influisce, quindi è una macchina asincrona

Il semaforo è una **macchina sincrona**:
Il GIALLO sostituisce il VERDE solo dopo che è trascorsa una
prefissata quantità di tempo.
Il ROSSO sostituisce il GIALLO solo dopo che è trascorsa una
prefissata quantità di tempo.
Il VERDE sostituisce il ROSSO solo dopo che è trascorsa una
prefissata quantità di tempo.
N.B. effetti diversi a istanti successivi e senza modifica
dell'ingresso, quindi è una macchina sequenziale sincrona

## Macchine asincrone e sincrone

**Macchina asincrona** - **Lo stato e l'uscita possono cambiare solo se cambia l'ingresso.**
**La "durata" dell'ingresso non produce informazione.**
**Ogni stato diventa "stabile" per l'ingresso che lo ha causato**
**" se $s^*=G(s,i)$ allora anche $s^*=G(s^*,i)$"**

**Macchina sincrona** - **Lo stato e l'uscita possono cambiare solo allo scadere di un prefissato intervallo di tempo $T_0$**
**(*istanti di sincronismo* $t = T_0$ , $2T_0$ , $3T_0$, ..).**
**Ipotesi: durante l'intervallo l'ingresso è costante**

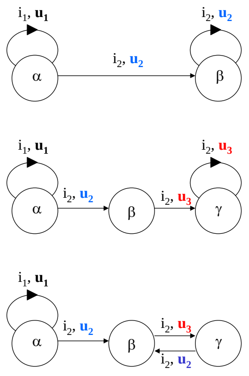
$$u^n = F(s^n, i^n)$$
$$s^{n+1} = s^{*n} = G(s^n, i^n)$$

**L'intervallo compreso tra due successivi istanti di sincronismo è l'unità di misura del tempo.**

# Grafo di comportamenti asincroni e sincroni

**Macchina asincrona: ogni nuovo ingresso produce subito una stabilità e genera quindi un solo nuovo simbolo d'uscita**

**Macchina sincrona: un nuovo ingresso produce una sequenza, finita o periodica, di transizioni di stato e di simboli d'uscita**

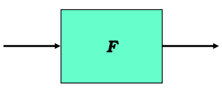



# 3.2 - La macchina combinatoria

# Macchina combinatoria "ideale": la funzione

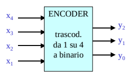
**Elaborazione combinatoria: per ogni $i \in I$ esiste un solo $u \in U$ che gli corrisponde. NON c'è MEMORIA, NON c'è RETROAZIONE**

**Il blocco** $i \in I$

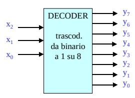



$u = F(i)$
$u \in U$

## Encoder e Decoder

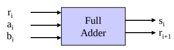



| $x_4\ x_3\ x_2\ x_1$ | $y_2\ y_1\ y_0$ |
|---|---|
| 0 0 0 0 | 0 0 0 |
| 0 0 0 1 | 0 0 1 |
| 0 0 1 0 | 0 1 0 |
| 0 1 0 0 | 0 1 1 |
| 1 0 0 0 | 1 0 0 |



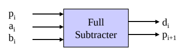

| $x_2\ x_1\ x_0$ | $y_7\ y_6\ y_5\ y_4\ y_3\ y_2\ y_1\ y_0$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 1 |
| 0 0 1 | 0 0 0 0 0 0 1 0 |
| 0 1 0 | 0 0 0 0 0 1 0 0 |
| 0 1 1 | 0 0 0 0 1 0 0 0 |
| 1 0 0 | 0 0 0 1 0 0 0 0 |
| 1 0 1 | 0 0 1 0 0 0 0 0 |
| 1 1 0 | 0 1 0 0 0 0 0 0 |
| 1 1 1 | 1 0 0 0 0 0 0 0 |

## Full Adder



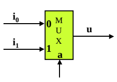

| $r_i\ a_i\ b_i$ | $r_{i+1}$ | $s_i$ |
|---|---|---|
| 0 0 0 | 0 | 0 |
| 0 0 1 | 0 | 1 |
| 0 1 0 | 0 | 1 |
| 0 1 1 | 1 | 0 |
| 1 0 0 | 0 | 1 |
| 1 0 1 | 1 | 0 |
| 1 1 0 | 1 | 0 |
| 1 1 1 | 1 | 1 |

## Full Subtracter




| $p_i\ a_i\ b_i$ | $p_{i+1}$ | $d_i$ |
|---|---|---|
| 0 0 0 | 0 | 0 |
| 0 0 1 | 1 | 1 |
| 0 1 0 | 0 | 1 |
| 0 1 1 | 0 | 0 |
| 1 0 0 | 1 | 1 |
| 1 0 1 | 1 | 0 |
| 1 1 0 | 0 | 0 |
| 1 1 1 | 1 | 1 |

## Il Multiplexer a due vie




| a | $i_0$ | $i_1$ | u |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

***se** a=0 **allora** $u=i_0$*
***altrimenti** $u=i_1$*

## Descrizione del comportamento

**La tabella**
**i: var. indipendente**
**u: var. dipendente**

| i | u = F(i) |
|---|---|
| $a_1$ | $b_2$ |
| $a_2$ | $b_3$ |
| $a_3$ | $b_2$ |
| $a_4$ | $b_3$ |
| $a_5$ | $b_1$ |

$\mathbf{B}^n \rightarrow \mathbf{B}^m$

**L'espressione**

**ADDER: u =** $i_1 + i_2$

**SELETTORE: u =** $i_A$

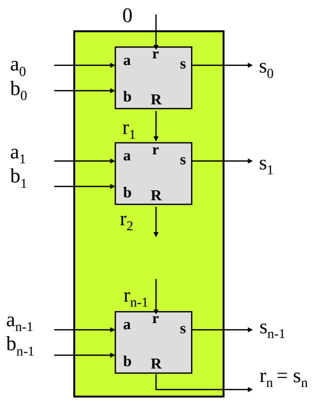
Algebra binaria

## Struttura: composizione e decomposizione

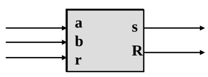
La composizione in serie e/o in parallelo di macchine combinatorie è ancora una macchina combinatoria

Ogni macchina combinatoria può essere decomposta fino ad individuare una disposizione in serie/parallelo di gate

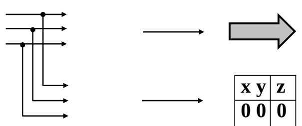
## Composizione in serie di Full Adder




## Decomposizione di un Full Adder

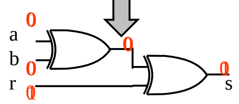



| $r_i$ $a_i$ $b_i$ | $r_{i+1}$ | $s_i$ |
|---|---|---|
| 0 0 0 | 0 | 0 |
| 0 0 1 | 0 | 1 |
| 0 1 0 | 0 | 1 |
| 0 1 1 | 1 | 0 |
| 1 0 0 | 0 | 1 |
| 1 0 1 | 1 | 0 |
| 1 1 0 | 1 | 0 |
| 1 1 1 | 1 | 1 |

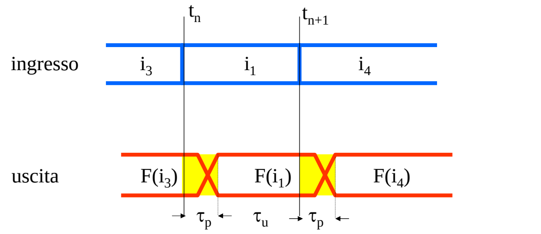


s=1 se e solo se in ingresso c'è un n° dispari di "uni"

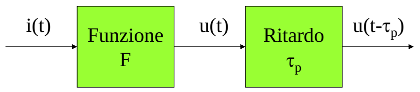
| x y | z |
|---|---|
| 0 0 | 0 |
| 0 1 | 1 |
| 1 0 | 1 |
| 1 1 | 0 |



## Macchina combinatoria “reale”: throughput

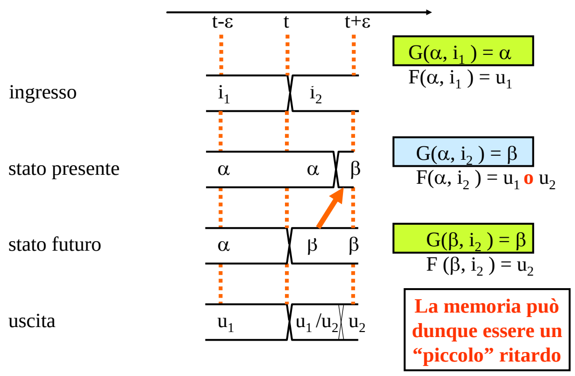



**$\tau_p$ : tempo di calcolo della F** **$\tau_u$ : tempo di acquisizione del risultato**

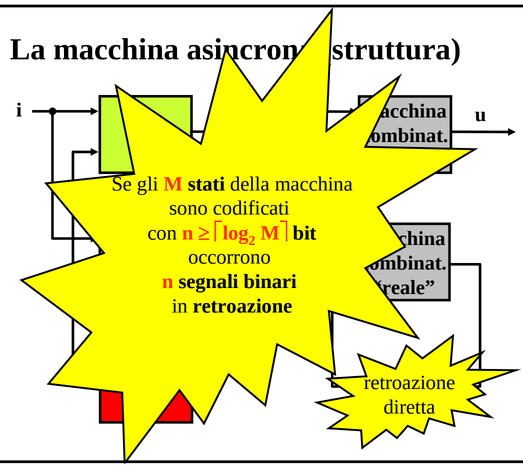



***troughput*: $(\tau_p + \tau_u)$ o anche $1/(\tau_p + \tau_u)$**

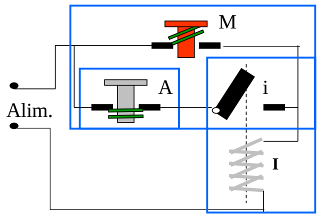

## La macchina asincrona (comportamento)




## La macchina asincron struttura)



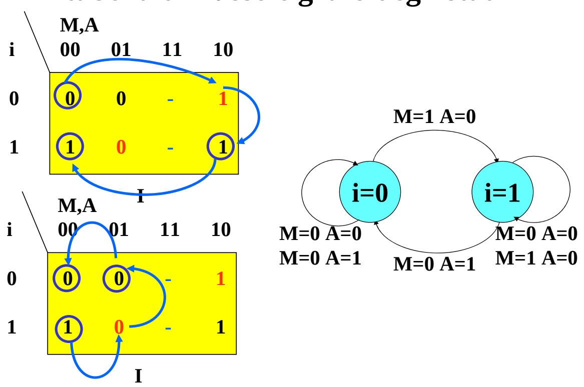
## Analisi del relè ad autoritenuta

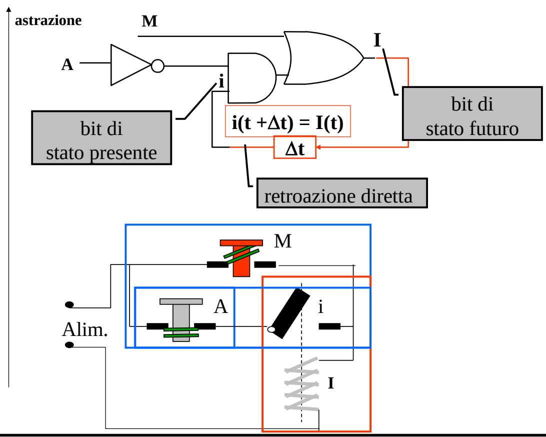



## Tabulazione degli esperimenti

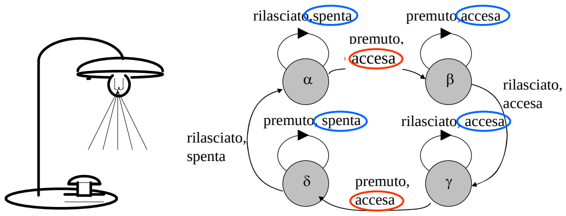
| | stato presente | | stato futuro | |
|---|---|---|---|---|
| Pulsante M | Pulsante A | Interruttore i | Corrente I | Situazione |
| rilasciato 0 | rilasciato 0 | aperto 0 | 0 NO | *stabile* |
| rilasciato 0 | rilasciato 0 | chiuso 1 | 1 SI | *stabile* |
| premuto 1 | rilasciato 0 | aperto 0 | 1 SI | *instabile* |
| premuto 1 | rilasciato 0 | chiuso 1 | 1 SI | *stabile* |
| rilasciato 0 | premuto 1 | aperto 0 | 0 NO | *stabile* |
| rilasciato 0 | premuto 1 | chiuso 1 | 0 NO | *instabile* |
| premuto 1 | premuto 1 | aperto 0 | - SI | *inutile* |
| premuto 1 | premuto 1 | chiuso 1 | - SI | *inutile* |

## Relè con autoritenuta: tabella di flusso e grafo degli stati



## Un esempio di macchina asincrona: la lampada da tavolo




pulsante i ∈ I:{rilasciato,premuto}
lampadina u ∈U:{spenta, accesa}

**N.B: durata di una transizione**
**uscita durante una transizione**

| | rilasciato | premuto |
|---|---|---|
| α | α , spenta | β , accesa |
| β | γ , accesa | β , accesa |
| γ | γ , accesa | δ , accesa |
| δ | α , spenta | δ , spenta |

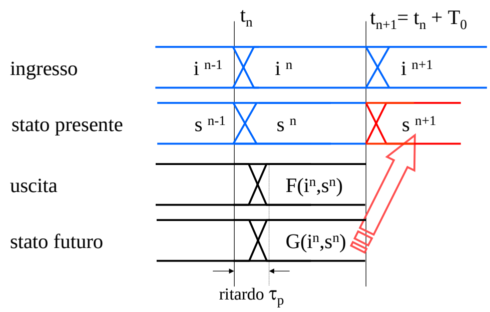
## 3.3 La macchina sincrona

## Segnali sincroni

Per ottenere un'esatta misura del tempo
la modifica dei segnali di ingresso/uscita/stato
deve verificarsi solo in corrispondenza
di **istanti di sincronismo** distanziati
uno dall'altro di una quantità prefissata $T_0$

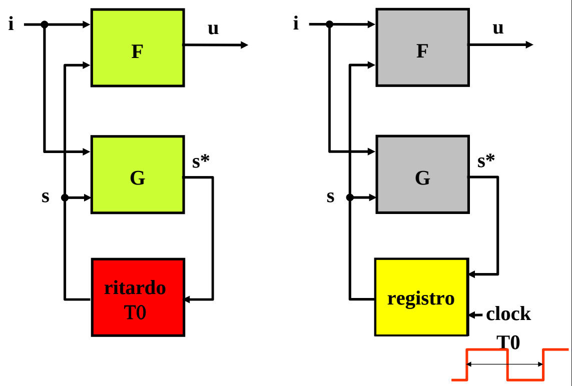
## La macchina sincrona

**$T_0$ : intervallo di tempo in cui la macchina non modifica il suo stato**




**$\tau_p$ : intervallo di tempo impiegato dal calcolo di F e di G**

## La macchina sincrona (struttura)

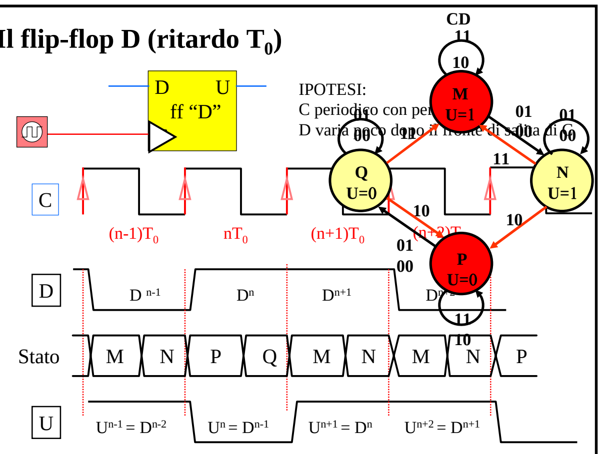



## Il registro

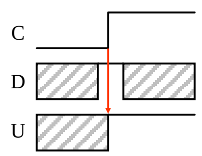
**Registro - Macchina sequenziale che memorizza e rende disponibile in uscita un "dato" che in precedenza le è stato fornito in ingresso.**
**La scrittura di un nuovo "dato" è stabilita da un comando esterno detto "clock".**



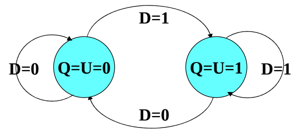
## Il flip-flop D (ritardo $T_0$)



Il flip-flop
genera
un segnale sincrono
anche se le variazioni di D
non sono allineate
con gli istanti di sincronismo.
Basta che D sia costante
al momento
del campionamento

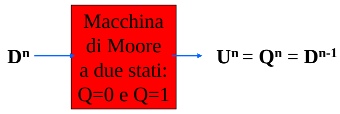



## Il flip-flop come macchina sincrona elementare



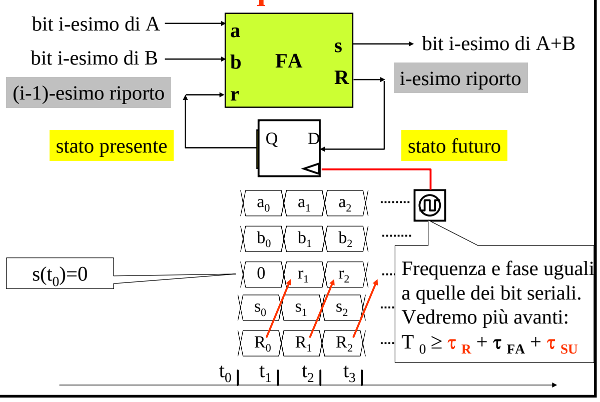

| $Q^n$ | $D^n=0$ | $D^n=1$ |
|---|---|---|
| 0 | 0,0 | 1,0 |
| 1 | 0,1 | 1,1 |

$Q^{n+1}$, $U^n$

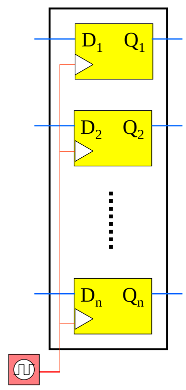



N.B: tempo di percorrenza
di un ramo

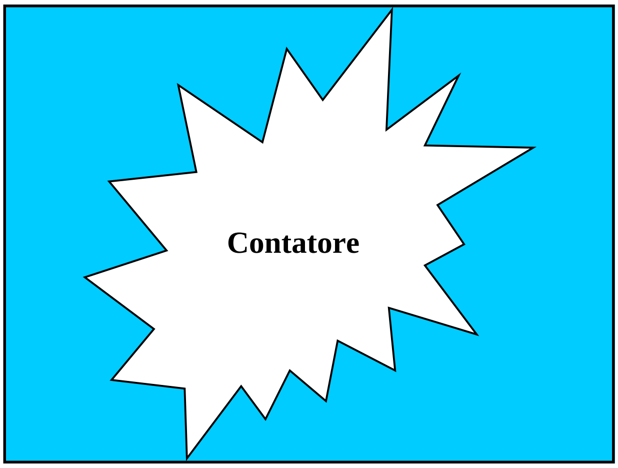
## Addizione colonna per colonna: macchina sequenziale sincrona



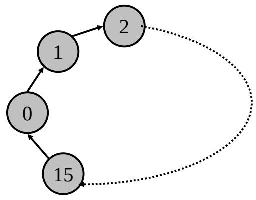

## Il registro da n bit



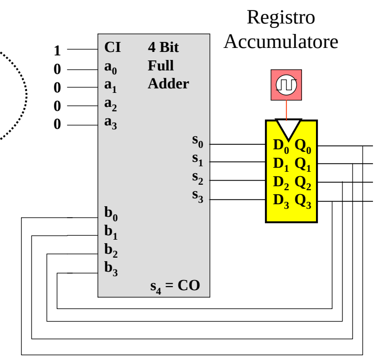

Il dato memorizzato
nel registro
viene sovrascritto
ad ogni fronte del clock



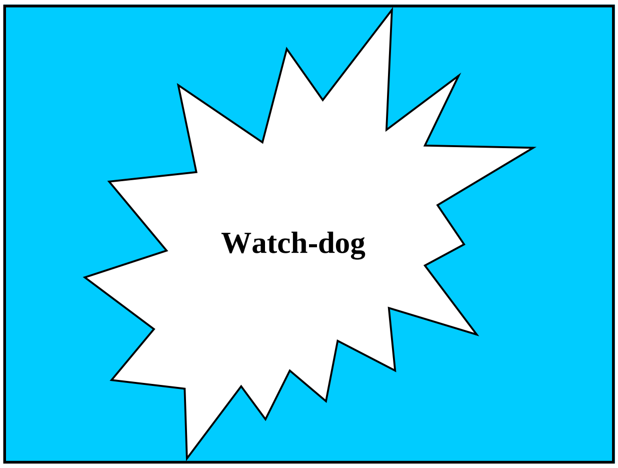

## Il contatore binario x16



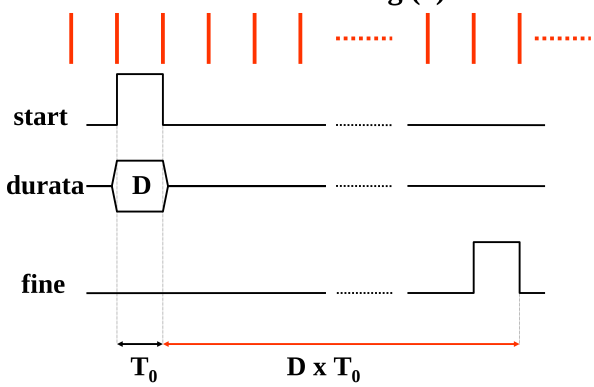

| $s^n$ | $s^{n+1}$ |
|---|---|
| 0000 | 0001 |
| 0001 | 0010 |
| …. | …. |
| 1110 | 1111 |
| 1111 | 0000 |



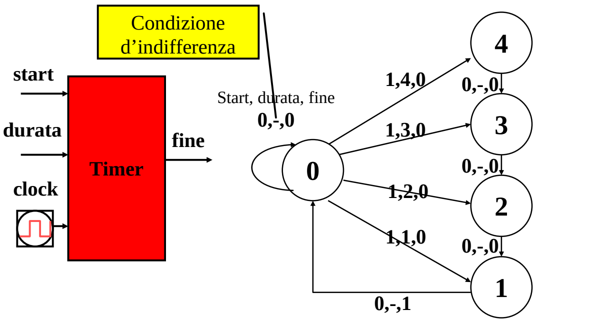

$s^{n+1} = (s+1)^n \bmod 16$




## Timer o watch-dog (1)

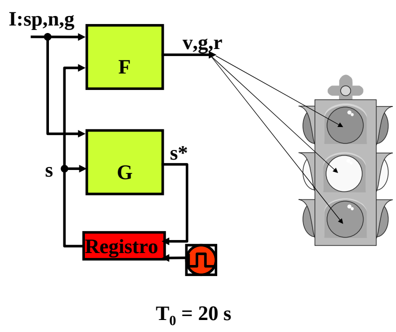


## Timer o watch-dog (2)



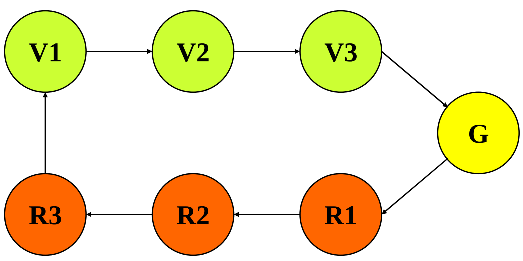

*La macchina usa il periodo del clock come "unità di misura" del tempo.*

## Il semaforo




**Specifiche:**
*rosso* = 60 s
*giallo* = 20 s
*verde* = 60 s

## Il grafo degli stati




## La tabella di flusso

| stato presente | stato futuro | lampada verde | lampada giallo | lampada rosso |
|---|---|---|---|---|
| V1 | V2 | accesa | spenta | spenta |
| V2 | V3 | accesa | spenta | spenta |
| V3 | G | accesa | spenta | spenta |
| G | R1 | spenta | accesa | spenta |
| R1 | R2 | spenta | spenta | accesa |
| R2 | R3 | spenta | spenta | accesa |
| R3 | V1 | spenta | spenta | accesa |

## La macchina sequenziale per il semaforo

**Stato interno**

**s = $y_2y_1y_0$ (7 stati)**

**Uscita**

**u = $z_1z_2z_3$ (codice 1 su 3)**

**Comportamento:**

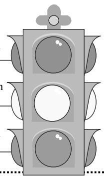
**$s_2 \leftarrow (s+1)_2$ mod 7**

**u ← F(s)**

Contatore da "zero" a "sei"

| $s^n$ | $u^n$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 1 0 0 |
| 0 0 1 | 1 0 0 |
| 0 1 0 | 1 0 0 |
| 0 1 1 | 0 1 0 |
| 1 0 0 | 0 0 1 |
| 1 0 1 | 0 0 1 |
| 1 1 0 | 0 0 1 |

$z_1^n$ $z_2^n$ $z_3^n$



| $s^n$ | $s^{n+1}$ |
|---|---|
| 0 0 0 | 0 0 1 |
| 0 0 1 | 0 1 0 |
| 0 1 0 | 0 1 1 |
| 0 1 1 | 1 0 0 |
| 1 0 0 | 1 0 1 |
| 1 0 1 | 1 1 0 |
| 1 1 0 | 0 0 0 |

$y_2^n$ $y_1^n$ $y_0^n$ $y_2^{n+1}$ $y_1^{n+1}$ $y_0^{n+1}$

Registro

T0=20 s