

UN CASO DI STUDIO

Numeri Reali e Numeri Complessi

- Si vogliono progettare **due classi** che catturino il concetto di **numero reale** (Real) e di **numero complesso** (Complex)

Principi-guida

- **aderenza alla realtà**
- **"efficienza" della rappresentazione**

Imposteremo un progetto per sottoporlo poi a *revisione critica*.

UN PRIMO APPROCCIO

- Un **progettista poco esperto** potrebbe iniziare subito a rappresentare il concetto di **numero reale**, senza riflettere a fondo.
- In un tale scenario, probabilmente verrebbe progettata una classe Real come questa:

- rappresentazione interna: un float
- costruzione a partire da un valore float
- metodi per effettuare le quattro operazioni (sum, sub, mul, div)
- ed eventualmente altre...

Real
#val : float
+Real(in value:float) : Real
+add(in x:Real) : Real
+sub(in x:Real) : Real
+mul(in x:Real) : Real
+div(in x:Real) : Real

PRIMO APPROCCIO: Real

Possibile realizzazione di questo Real:

```
class Real {
    protected float val;

    public Real(float value) { val = value; }

    public Real sum(Real x) {
        return new Real(val + x.val); }

    public Real sub(Real x) {
        return new Real(val - x.val); }

    public Real mul(Real x) {
        return new Real(val * x.val); }

    public Real div(Real x) {
        return new Real(val / x.val); }
}
```

Real
#val : float
+Real(in value:float) : Real
+add(in x:Real) : Real
+sub(in x:Real) : Real
+mul(in x:Real) : Real
+div(in x:Real) : Real

PRIMO APPROCCIO: Complex

Ora si deve definire la classe Complex.

- un **progettista poco esperto**, considerando che un Complex è caratterizzato da parte reale e immaginaria, potrebbe decidere di **derivare Complex da Real**.

- **MA la realtà è fatta a rovescio!**
I complessi NON SONO un sottoinsieme dei reali!

- NON modella correttamente la realtà
- È errato, deve essere **ripensato da capo!**

Real
#val : float
+Real(in value:float) : Real
+add(in x:Real) : Real
+sub(in x:Real) : Real
+mul(in x:Real) : Real
+div(in v:Real) : Real



Modello falso della realtà !

PRIMO APPROCCIO: bilancio

Sarebbe un **modello assurdo!**

- si potrebbe assegnare un Complex a un Real, **ma non viceversa**
- le **compatibilità di tipo funzionerebbero tutte "a rovescio"** rispetto alla realtà matematica usuale.

Dove sta l'errore di fondo?

- La parte immaginaria **non è una proprietà extra dei numeri complessi: ce l'hanno anche i reali**, tanto è vero che **sappiamo perfino quanto vale! (zero)**
- Nei reali non si indica solo perché è **sottintesa**, non perché non ci sia! L'abitudine tende a fuorviare...!

Real
#val : float
+Real(in value:float) : Real
+add(in x:Real) : Real
+sub(in x:Real) : Real
+mul(in x:Real) : Real
+div(in x:Real) : Real



UN NUOVO APPROCCIO

- Un **progettista esperto** riflette innanzitutto **sulla relazione esistente fra reali e complessi**

$$R \subset C$$

- Perciò, egli **decide a priori** che il modello corretto è che **Complex generalizzi Real**

- le considerazioni di efficienza, se mai, vengono **dopo**

Modello corretto della realtà

Complex
#realPart : float
#imPart : float
+Complex(in re:float, in im:float) : Complex
+add(in x:Complex) : Complex
+sub(in x:Complex) : Complex
+mul(in x:Complex) : Complex
+div(in x:Complex) : Complex



NUOVO APPROCCIO: caratteristiche

La classe Complex

- **IPOTESI:** rappresentazione interna basata su due float
 - parte reale, parte immaginaria
- **REQUISITO:** le operazioni (sum, sub, mul, div) devono poter operare *su qualunque numero complesso*

La classe derivata Real

- ogni istanza ha comunque *due float*, anche se la parte immaginaria è sempre zero (*inefficienza*)
- le operazioni continuano a operare sui complessi, sebbene possano essere semplificate.

LA CLASSE Complex

Progetto della classe Complex

Complex
#realPart : float
#imPart : float
+Complex(in re:float, in im:float) : Complex
+add(in x:Complex) : Complex
+sub(in x:Complex) : Complex
+mul(in x:Complex) : Complex
+div(in x:Complex) : Complex

OPERAZIONI

- somma fra complessi
- sottrazione fra complessi
- moltiplicazione fra complessi
- divisione fra complessi
 - ... e inoltre
- divisione di un complesso per un fattore reale
- coniugato di un numero complesso
- modulo (al quadrato) di un complesso

RELAZIONI UTILI

- $(a+ib) \pm (c+id) = (a+c) \pm i(b+d)$
- $(a+ib) / x = (a/x + i b/x) \quad x \in \mathbb{R}$
- $z / w = (z \times \text{cgt}(w)) / |w|^2$

RELAZIONI UTILI

- $(a+ib) \times (c+id) = (ac-bd) + i(bc+ad)$
- $\text{cgt}(a+ib) = (a-ib)$

Complex: IMPLEMENTAZIONE

```
public class Complex {
    protected float re, im;
    public Complex(float r, float i) { re = r; im = i; }
    public Complex sum(Complex z) {
        return new Complex(re+z.re, im+z.im); }
    public Complex sub(Complex z) {
        return new Complex(re-z.re, im-z.im); }
    public Complex mul(Complex z) {
        return new Complex(re*z.re-im*z.im, im*z.re+re*z.im); }
    public Complex div(Complex z) {
        return mul(cgt(z)).divByFactor(z.squaredModule()); }
    public Complex cgt(Complex z) { return new Complex(re,-im); }
    public Complex divByFactor(float x) {
        return new Complex(re/x, im/x); }
    public float squaredModule() { return re*re + im*im; }
    public String toString() { return "" + re + "+i" + im; }
}
```

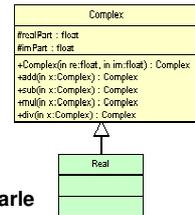
LA CLASSE Real

- Ogni numero reale ha comunque una parte immaginaria, che però vale zero

- Di conseguenza, anche se le operazioni precedenti restano valide, risultano *inutilmente inefficienti*

- Ergo, può essere utile re-implementarle per guadagnare efficienza

- somma, sottrazione, moltiplicazione e divisione fra reali sono *molto più semplici* delle stesse operazioni fra complessi
- il loro risultato, inoltre, è sempre un reale



Real: IMPLEMENTAZIONE

```
public class Real extends Complex {
    public Real(float x) { super(x,0); }
    public Real sum(Real x) { return new Real(re + x.re); }
    public Real sub(Real x) { return new Real(re - x.re); }
    public Real mul(Real x) { return new Real(re * x.re); }
    public Real div(Real x) { return new Real(re / x.re); }
    public String toString() { return "" + re; }
}
```

NOTARE:

- il costruttore di Real si appoggia su quello di Complex, impostando però sempre la parte immaginaria a zero
- le operazioni sono reimplementate nel caso specifico in cui gli operandi siano entrambi Real, poiché allora anche il risultato lo è
- rimangono comunque disponibili tutte le operazioni già esistenti
- viene reimplementata toString() in modo specifico per i Real

ESEMPIO D'USO

```
public class Prova {
    public static void main(String args[]) {
        Real r1 = new Real(18.5F), r2 = new Real(3.14F);
        Complex c1 = new Complex(-16, 0), c2 = new Complex(3, 2),
            c3 = new Complex(0, -2);
        Real r = r1.sum(r2); Complex c = c1.sum(c2);
        System.out.println("r1 + r2 = " + r); // il reale 21.64
        System.out.println("c1 + c2 = " + c); // il complesso -13+2i
        System.out.println("c1 + c2 -i = "+c.sub(new Complex(0,1)));
        // il complesso -13+i
        c = c.sum(c3);
        System.out.println("c + c3 = " + c); // -13+0i
        c = r;
        System.out.println("c = r; c = " + c);
        // POLIMORFISMO: c è reale -> toString
        // dei reali -> stampa 21.64
    }
}
```

```

r1 + r2 = 21.64
c1 + c2 = -13.0+2.0i
c1 + c2 -i = -13.0+1.0i
c + c3 = -13.0+0.0i
c = r; c = 21.64
    
```