

PROLOG E ANALISI SINTATTICA DEI LINGUAGGI

- Quando si vuole definire in modo preciso la sintassi di un linguaggio si ricorre a una *grammatica*
- Una grammatica permette di stabilire se una sequenza di simboli (stringa) dell'alfabeto è una frase del linguaggio
- Convenzione:
 - ϵ denota la stringa vuota
 - X^+ denota una stringa non vuota costruibile da X
 - $X^* = X^+ \cup \{\epsilon\}$

PROLOG E ANALISI SINTATTICA DEI LINGUAGGI

- Quando si vuole definire in modo preciso la sintassi di un linguaggio si ricorre a una *grammatica*
- $G=(V_n, V_t, P, S)$
 - dove V_n e' un insieme di *simboli non terminali*
 - V_t e' un insieme di *simboli terminali*
 - P e' un insieme di *produzioni* (o *regole di riscrittura*)
 $\alpha \rightarrow \beta$ scritta anche come $\alpha ::= \beta$
dove $\alpha \in (V_n \cup V_t)^+$ $\beta \in (V_n \cup V_t)^*$
 - S è lo *scopo* della grammatica (o *simbolo iniziale*)
- Data la produzione $\alpha \rightarrow \beta$ allora per ogni $\mu, \nu \in (V_n \cup V_t)^*$ si dice che $\mu\beta\nu$ è *derivabile* da $\mu\alpha\nu$ in un passo

PROLOG E ANALISI SINTATTICA DEI LINGUAGGI

- Data la produzione $\alpha \rightarrow \beta$ allora per ogni $\mu, \nu \in (V_n \cup V_t)^*$ si dice che $\mu\beta\nu$ è *derivabile* da $\mu\alpha\nu$ in un passo
- La nozione di derivabilità può essere estesa a derivabilità in zero o più passi attraverso la chiusura riflessiva e transitiva (\rightarrow^*) della relazione \rightarrow .

$$\alpha \rightarrow^* \alpha$$

$$\alpha \rightarrow^* \beta \text{ se } \alpha \rightarrow \gamma \text{ e } \gamma \rightarrow^* \beta$$

- Si definisce linguaggio $L(G)$ individuato dalla grammatica G l'insieme di stringhe formate da simboli terminali derivabili dallo scopo della grammatica

$$L(G) = \{ \alpha \mid \alpha \in V_t \text{ e } S \rightarrow^* \alpha \}$$

ESEMPIO

- $G=(V_n, V_t, P, S)$
- $V_n = \{U, V, Z\}$
- $V_t = \{0, 1\}$
- $P = \{ Z ::= U0 \mid V1$
 $U ::= Z1 \mid 1$
 $V ::= Z0 \mid 0 \}$
- $P = \{01, 0101, 0110, 1010, 10, \dots \}$

*Il simbolo | rappresenta
la disgiunzione*

CLASSIFICAZIONE DELLE GRAMMATICHE

- Tipo 0: *ricorsivamente enumerabile*
 - quando le stringhe che appaiono nella produzioni $\alpha \rightarrow \beta$ non sono soggette ad alcuna limitazione (α e β non vuote)
- Tipo 1: *dipendente dal contesto*
 - quando le produzioni $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \pi \beta$ dove A è un non terminale e π è non vuota
- Tipo 2: *libera dal contesto*
 - quando le produzioni sono limitate a $A \rightarrow \pi$ dove A è un non terminale e π è non vuota
- Tipo 3: *regolare (a stati finiti)*
 - quando le produzioni sono limitate a $A \rightarrow a$ o $A \rightarrow aB$ o $A \rightarrow Ba$ dove A e B sono non terminali e a è un terminale

CLASSIFICAZIONE DELLE GRAMMATICHE

- Tipo 3: *regolare (a stati finiti)*
 - quando le produzioni sono limitate a $A \rightarrow a$ o $A \rightarrow aB$ o $A \rightarrow Ba$ dove A e B sono non terminali e a è un terminale
 - Le grammatiche del tipo $A \rightarrow aB$ si dicono *lineari a destra*
 - Le grammatiche del tipo $A \rightarrow Ba$ si dicono *lineari a sinistra*

$$G=(V_n, V_t, P, S)$$

$$V_n= \{U, V, Z\}$$

$$V_t= \{0, 1\}$$

$$P = \{ Z ::= U0 \mid V1$$

$$U ::= Z1 \mid 1$$

$$V ::= Z0 \mid 0 \}$$

Grammatica lineare a sinistra

ANALISI SINTATTICA

- Data una grammatica G il problema di verificare se una stringa α appartiene al linguaggio $L(G)$ si dice *analisi sintattica* o *parsing* di α
- Un caso semplice di analisi sintattica è quello dell'analisi dei linguaggi regolari (derivanti da grammatiche di tipo 3). Tale analisi è nota come *analisi lessicale* e può essere risolta da un *automa a stati finiti*

AUTOMI RICONOSCITORI

- Come definire un automa a stati finiti per il riconoscimento di una grammatica regolare sinistra:
 - Esiste uno stato per ogni simbolo non terminale più uno stato iniziale I
 - Lo scopo della grammatica corrisponde allo stato finale
 - Per ogni produzione di tipo $A \rightarrow Ba$ c'è un arco dallo stato B allo stato A etichettato con il terminale a
 - Per ogni produzione di tipo $A \rightarrow a$ c'è un arco dallo stato iniziale I allo stato A etichettato con il terminale a

AUTOMI RICONOSCITORI

- Come definire un automa a stati finiti per il riconoscimento di una grammatica regolare destra:
 - Esiste uno stato per ogni simbolo non terminale più uno stato finale F
 - Lo scopo della grammatica corrisponde allo stato iniziale
 - Per ogni produzione di tipo $A \rightarrow aB$ c'è un arco dallo stato A allo stato B etichettato con il terminale a
 - Per ogni produzione di tipo $A \rightarrow a$ c'è un arco dallo stato A allo stato finale F etichettato con il terminale a

ESEMPIO

$G=(V_n, V_t, P, S)$

$V_n= \{U, V, Z\}$

$V_t= \{0, 1\}$

$P = \{ Z ::= U0 \mid V1$

$U ::= Z1 \mid 1$

$V ::= Z0 \mid 0 \}$

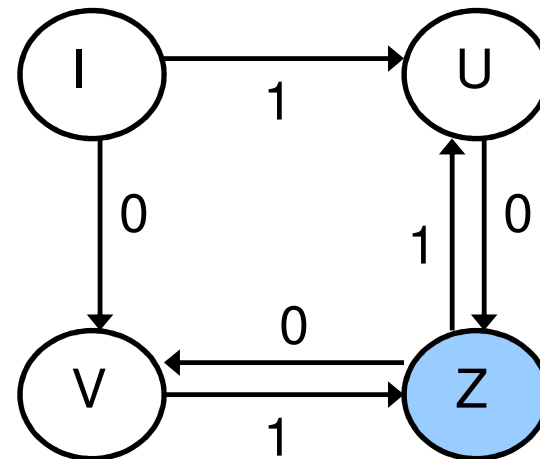
Nota:

$Z ::= U0 \mid V1$

si scrive come

$Z \rightarrow U0$

$Z \rightarrow V1$



REALIZZAZIONE IN PROLOG

- Per realizzare in Prolog un automa riconoscitore, le transizioni di stato vengono memorizzate da fatti del tipo
`f(Stato, SimboloIngresso, NuovoStato)`

e lo stato finale come

`finale(Stato)`

- Se la stringa da riconoscere è memorizzata in una lista che chiamiamo `Input`, la struttura dell'analizzatore è la seguente

`accept(Input, Stato)`

dove `stato` è lo stato corrente

REALIZZAZIONE IN PROLOG

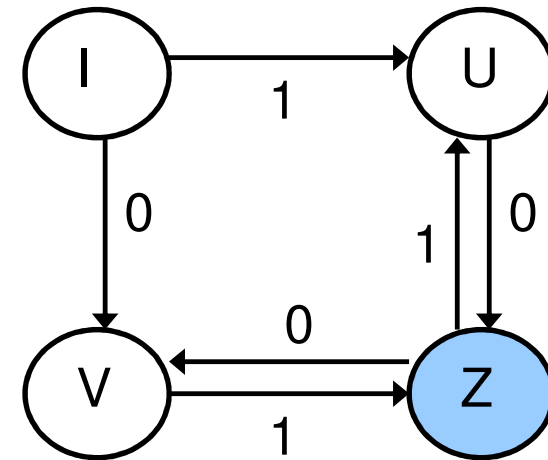
```
accept([], Stato) :- finale(Stato).  
accept([Simbolo|Input], Stato) :-  
    f(Stato, Simbolo, NuovoStato),  
    accept(Input, NuovoStato).
```

- Esempio

```
f(u, 0, z). f(z, 0, v). f(i, 0, v).  
f(i, 1, u). f(v, 1, z). f(z, 1, u).  
finale(z).
```

```
:-accept([0101], i).
```

yes



AUTOMI RICONOSCITORI

- La realizzazione di automi riconoscitori in Prolog per grammatiche regolari è semplice.
- Le grammatiche regolari definiscono linguaggi poco espressivi. Una classe di grammatiche importanti è quella delle grammatiche libere da contesto *context free* perché sono alla base dei linguaggi di programmazione.
- Il problema dell'analisi sintattica per le grammatiche context free è un problema decidibile:
 - si può sempre tradurre una grammatica libera da contesto in un insieme di clausole Prolog e usare la risoluzione per effettuare l'analisi sintattica.

ANALISI SINTATTICA IN PROLOG

- Consideriamo l'analisi sintattica di tipo *top-down*
 - Questo metodo, a partire dallo scopo della grammatica, usa le produzioni come regole di riscrittura e cerca di derivare una stringa uguale alla stringa da riconoscere.
- Vediamo due metodi top down:
 - Metodo dell'automa a pila (stack)
 - simulando il comportamento di un automa a pila, vengono analizzate le produzioni applicabili dal simbolo affiorante sullo stack
 - Metodo ricorsivo discendente
 - simula una derivazione left most attraverso procedure ricorsive, ciascuna della quali corrisponde a una delle produzioni relative a un simbolo non terminale

ANALISI SINTATTICA IN PROLOG

- NOTA: i metodi top-down suddetti non sono applicabili al caso di grammatiche ricorsive a sinistra perché possono entrare in un ciclo infinito.

$$X \rightarrow^* X\alpha \quad \alpha \in V_n^*$$

- E' necessaria quindi una trasformazione che elimina la ricorsione a sinistra.

METODO DELL'AUTOMA A PILA

- Utilizziamo due termini **sn/1** e **st/1** per denotare i simboli non terminali e terminali
- Le regole di produzione sono definite da fatti del tipo **rule(<non terminale>, <parte destra>)**.
- Se la stringa da riconoscere è memorizzata in una lista che chiamiamo **Input**, la struttura dell'analizzatore è la seguente

predict (Input, Stack)

dove **stack** è lo stack corrente in cui inizialmente viene posto lo scopo della grammatica

METODO DELL'AUTOMA A PILA

```
predict([], []).  
predict(Input, [sn(N) | Stack]) :-  
    rule(sn(N), ParteDestra),  
    append(ParteDestra, Stack, NewStack),  
    predict(Input, NewStack).  
predict([N | Input], [st(N) | Stack]) :-  
    predict(Input, Stack).
```

METODO DELL'AUTOMA A PILA

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T$
 $T ::= a \}$

$S = E$

```
rule (sn (E) , [sn (T) , st (+) , sn (T) ]) .  
rule (sn (E) , [sn (T) ]) .  
rule (sn (T) , [st (a) ]) .  
  
:- predict ([a, +, a, +, a] , [sn (e) ]) .  
yes  
  
:- predict ([a, +, +, a] , [sn (e) ]) .  
no
```

METODO RICORSIVO DISCENDENTE

- Le regole di produzione coincidono con clausole Prolog e i simboli terminali e non terminali con predicati.
 - Distinzione tra terminali e non terminali non è più necessaria
- Gli argomenti dei predicati corrispondenti a ogni simbolo x sono: una lista di simboli in ingresso e una lista di simboli in uscita
 - la lista di uscita è una sottolista della lista di ingresso a cui sono stati eliminati
 - gli elementi derivati a partire dal non terminale x , applicando le opportune produzioni
 - x stesso se è un terminale.

METODO RICORSIVO DISCENDENTE

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$

$S = E$

```
e(ListIn, ListOut) :-  
    t(ListIn, ListTemp),  
    piu(ListTemp, ListTemp1),  
    e(ListTemp1, ListOut).  
e(ListIn, ListOut) :-  
    t(ListIn, ListOut).  
t(ListIn, ListOut) :-  
    a(ListIn, ListOut).  
a([a|List], List).  
piu([+|List], List).  
  
:- e([a, +, a, +, a], []).  
yes  
  
:- e([a, +, +, a], []).  
no
```

METODO RICORSIVO DISCENDENTE

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$

$S = E$

Versione più efficiente

```
e([a, + | ListIn], ListOut) :- !,  
    e(ListIn, ListOut) .
```

```
e([a], []).
```

```
:- e([a, +, a, +, a], []).
```

```
yes
```

```
:- e([a, +, +, a], []).
```

```
no
```

DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

- Le *Definite Clause Grammars* sono un'estensione delle grammatiche libere da contesto e rappresentano *descrizioni eseguibili* di una grammatica
- La semantica delle DCG può essere data traducendole nei corrispondenti programmi Prolog, che sono analizzatori sintattici per le grammatiche stesse.
- Nel formalismo delle DCG una grammatica è rappresentata come un insieme di fatti Prolog dove:
 - ogni produzione è un termine Prolog con funtore `-->` (operatore binario infisso)
 - i simboli non terminali sono rappresentati come atomi
 - i simboli terminali sono rappresentati tra parentesi quadre
 - `[]` indica la stringa vuota

DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

- Vediamo una grammatica che definisce un frammento di linguaggio naturale (lo scopo è il non terminale frase)

```
frase --> fraseNominale, fraseVerbale.  
fraseNominale --> articolo, nome, fraseRelativa.  
fraseVerbale --> verbo, fraseNominale.  
fraseRelativa --> [che], fraseVerbale.  
fraseRelativa --> [].  
articolo --> [il].  
articolo --> [un].  
nome --> [cane].  
nome --> [gatto].  
verbo --> [ama].  
verbo --> [mangia].
```

DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

- Una grammatica espressa mediante DCG può essere facilmente tradotta in un programma Prolog che definisce l'analizzatore della grammatica.
 - Tale programma contiene una clausola per ogni produzione

```
frase --> fraseNominale, fraseVerbale.
```

```
frase(ListIn, ListOut) :-  
    fraseNominale(ListIn, ListTemp),  
    fraseVerbale(ListTemp, ListOut).
```

```
articolo --> [il].  
articolo([il|List], List).
```


DEFINITE CLAUSE GRAMMARS (DCG)

- Poiché frase è lo scopo della grammatica, per verificare se una stringa L è una frase generata dalla grammatica, si deve fornire il goal

```
:-frase([il,cane,mangia,un,gatto],[]).
```

- Esistono interessanti estensioni delle DCG per rappresentare grammatiche che definiscono linguaggi più espressivi:
 - uso di parametri/argomenti per i simboli del linguaggio
 - possibilità di associare a una produzione un insieme di predicati Prolog che vengono valutati quando la produzione viene utilizzata

DGC ESTESA

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T$

$T ::= a \}$

$S = E$

Versione DCG

$e \rightarrow t, [+], e.$

$e \rightarrow t.$

$t \rightarrow [a].$

Versione DCG estesa

$e(\text{piu}(X, Y)) \rightarrow t(X), [+], e(Y).$

$e(X) \rightarrow t(X).$

$t(a) \rightarrow [a].$

DGC ESTESA

- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$

$S = E$

Versione DCG estesa

```
e(piu(X,Y)) --> t(X), [+], e(Y).  
e(X) --> t(X).  
t(a) --> [a].
```

Programma Prolog corrispondente

```
e(piu(X,Y), Lin, Lout) :-  
    t(X, Lin, Lt), piu(Lt, Lt1),  
    e(Y, Lt1, Lout).  
e(X, Lin, Lout) :- t(X, Lin, Lout).  
t(a, Lin, Lout) :- a(Lin, Lout).  
piu([+|L], L).  
a([a|L], L).
```

DGC ESTESA

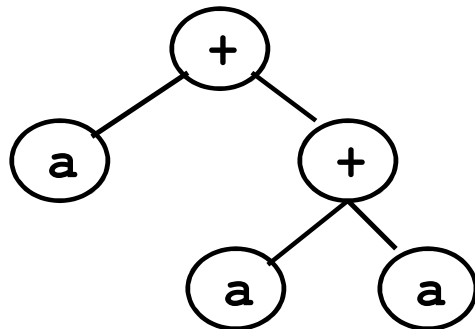
- Esempio:

$G = (V_n, V_t, P, S)$

$V_n = \{E, T\}$

$V_t = \{+, a\}$

$P = \{ E ::= T + E \mid T ::= a \}$



Programma Prolog corrispondente

```
e(piu(X, Y), Lin, Lout) :-  
    t(X, Lin, Lt), piu(Lt, Lt1),  
    e(Y, Lt1, Lout).  
e(X, Lin, Lout) :- t(X, Lin, Lout).  
t(a, Lin, Lout) :- a(Lin, Lout).  
piu([+|L], L).  
a([a|L], L).
```

Il goal

```
:-e(X, [a,+,a,+,a], []).  
yes X = piu(a, piu(a, a)).  
STRUTTURA DI UN ALBERO SINTATTICO  
ASTRATTO
```

NOTAZIONI INFISSE PREFISSE E POSTFISSE

- Dove posizionare gli operandi rispetto agli operatori ?
 - **prima** → **notazione *prefissa***
Esempio: + a b
 - **dopo** → **notazione *postfissa***
Esempio: a b +
 - **in mezzo** → **notazione *infissa***
Esempio: a + b
- Le notazioni prefissa e postfissa non hanno problemi di priorità e/o associatività degli operatori
- La notazione infissa richiede **regole di priorità e associatività**

NOTAZIONI INFISSE PREFISSE E POSTFISSE

- Notazione prefissa:

*** + 4 5 6**

- *si legge come $(4 + 5) * 6$*
- *denota quindi 54*

- Notazione postfissa:

4 5 6 + *

- *si legge come $4 * (5 + 6)$*
- *denota quindi 44*

DGC

- Caratteristica importante nelle DCG è che i predicati Prolog possono apparire nella parte destra di una regola
- Quindi, si può tradurre un'espressione appartenente al linguaggio $L(G)$ in notazione polacca postfissa, senza generare l'albero sintattico astratto

$$G = (V_n, V_t, P, S)$$

$$V_n = \{E, T\}$$

$$V_n = \{+, a\}$$

$$P = \{ E ::= T + E \mid T \\ T ::= a \}$$

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, r.  
r --> [].  
t --> [a].
```

DGC

- Il programma Prolog corrispondente deve contenere alcune chiamate al predicato `write/1` per ottenere la stampa della polacca postfissa

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, r.  
r --> [].  
t --> [a].
```

- Prima modifica della grammatica

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, {write(+)}, r.  
r --> [].  
t --> [a] , {write(a)}.
```


DGC

- Prima modifica della grammatica

```
e --> t, r.  
r --> [+], t, {write(+)}, r.  
r --> [].  
t --> [a] , {write(a)}.
```

- Programma Prolog corrispondente

```
e(Lin,Lout):- t(Lin,Lt), r(Lt,Lout).  
r(Lin,Lout):- piu(Lin,Lt), t(Lt,Lt1),  
               write(+), r(Lt1,Lout).  
r(L,L).  
t(Lin,Lout):- a(Lin,Lout), write(a).  
piu([+|L],L).  
a([a|L],L).
```