

TIPOLOGIE ESERCIZI SUI VINCOLI

- Si hanno due categorie di esercizi:
 - Modellazione + risoluzione
 - Risoluzione data la modellazione sotto forma di variabili e vincoli oppure di grafo
- Per la risoluzione:
 - Tecniche di consistenza sul problema originale
 - Algoritmi di propagazione + ricerca
 - Tecniche di consistenza + ricerca

1

ESERCIZIO 1

Si hanno 4 insegnanti a, b, c e d che devono tenere complessivamente 10 lezioni. Ogni lezione può essere tenuta da un solo insegnante. Delle 10 lezioni si conoscono l'inizio S_i e la durata $D_i = 2$ ore. Inoltre, si sa che nessun insegnante può tenere due lezioni consecutive e nemmeno lezioni sovrapposte temporalmente. Si rappresenti il problema come problema di soddisfacimento di vincoli definendo le variabili, i domini delle variabili e i vincoli tra queste. Si supponga inoltre che le lezioni abbiano i seguenti inizi:

- $S_1 = 7$
- $S_2 = 8$
- $S_3 = 9$
- $S_4 = 10$
- $S_5 = 11$
- $S_6 = 12$
- $S_7 = 13$
- $S_8 = 14$
- $S_9 = 15$
- $S_{10} = 16$

e durata di due ore. Si imposti la soluzione del problema utilizzando come tecnica il forward checking.

2

SOLUZIONE: MODELLAZIONE

Variabili: ore di lezione $X_1 \dots X_{10}$

Domini: insegnanti $[a, b, c, d]$

Le ore di lezione sono caratterizzate da un inizio S_i e da una durata D_i nota.

Vincoli:

Unari: appartenenza delle variabili ai domini

Binari:

- Ogni ora di lezione può essere tenuta da un solo insegnante: ogni variabile viene istanziata con un solo valore.
- Ogni insegnante non può tenere due ore consecutive di lezione:
 $S_i + D_i = S_j \rightarrow X_i \neq X_j$
- Ogni insegnante non può tenere due ore sovrapposte di lezione:
 $S_i + D_i > S_j$ and $S_i + D_i \leq S_j + D_j \rightarrow X_i \neq X_j$.

3

SOLUZIONE: RICERCA

Inizialmente $X_1 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$

- Istanzio $X_1 = a$
- Propago: $X_2, X_3 :: [b, c, d]$, $X_4 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_2 = b$
- Propago: $X_3 :: [c, d]$, $X_4 :: [a, c, d]$, $X_5 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_3 = c$
- Propago: $X_4 :: [a, d]$, $X_5 :: [a, b, d]$, $X_6 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_4 = a$
- Propago: $X_5 :: [b, d]$, $X_6 :: [b, c, d]$, $X_7 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_5 = b$
- Propago: $X_6 :: [c, d]$, $X_7 :: [a, c, d]$, $X_8 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_6 = c$
- Propago: $X_7 :: [a, d]$, $X_8 :: [a, b, d]$, $X_9 \dots X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_7 = a$
- Propago: $X_8 :: [b, d]$, $X_9 :: [b, c, d]$, $X_{10} :: [a, b, c, d]$
- Istanzio $X_8 = b$
- Propago: $X_9 :: [c, d]$, $X_{10} :: [a, c, d]$
- Istanzio $X_9 = c$
- Propago: $X_{10} :: [a, d]$
- Istanzio $X_{10} = a$ soluzione

4

OSSERVAZIONE

- Si noti che esiste un'altra possibile rappresentazione del problema che associa agli insegnanti una variabile il cui dominio contiene inizialmente tutte le lezioni. I vincoli potrebbero eliminare dai domini quelle lezioni che sono incompatibili con i vincoli sull'insegnante. Tuttavia, questa rappresentazione non rientra nell'ottica dei problemi di soddisfacimento di vincoli in quanto in una soluzione deve essere assegnato UNO E UN SOLO valore a ogni variabile e non un insieme di valori come nel caso di questa seconda rappresentazione. Infatti, in quest'ultimo caso una possibile soluzione avrebbe
- $X_a::\{1,4,7\}$

che significa che il maestro a può tenere le lezioni 1, 4 e 7.

5

ESERCIZIO 2

- Si supponga di avere a disposizione i seguenti vincoli:
 $X < Y, X \neq K, Y + 5 \leq K, Y + 7 > Z, X \leq Z$
definiti sulle variabili X, Y, Z, K il cui dominio di definizione è $[1..20]$.
- Si risolva il problema applicando la strategia di full look ahead.

IL MODELLO E' DATO

$X < Y, X \neq K, Y + 5 \leq K, Y + 7 > Z, X \leq Z$

$X, Y, Z, K :: [1..20]$

6

SOLUZIONE

- Istanzio $X=1$
- Propagazione full look ahead:
 - $Y::[2..15]$, $K::[7..20]$, $Z::[1..20]$
- Istanzio: $Y=2$
 - $K::[7..20]$, $Z::[1..8]$
- Istanzio: $K=7$
 - $Z::[1..8]$
- Istanzio: $Z = 1$ soluzione

7

ESERCIZIO 3

- Si devono visitare 6 clienti A, B, C, D, E, F nell'arco della giornata lavorativa (dalle 9 alle 19).
 - Due clienti non possono essere visitati contemporaneamente.
 - Si sa che i clienti C ed F devono essere visitati prima del cliente D.
- • A è un cliente fuori città, mentre B, C, D, E ed F sono tutti in centro. Quindi, per spostarsi da A a ogni altro cliente si impiegano due ore, mentre qualunque spostamento in centro città viene effettuato a tempo trascurabile (=0).
 - Il cliente C può essere visitato solo dalle 15 alle 17.
- Si modelli il problema in termini di variabili e vincoli. Si mostri l'albero di ricerca fino alla prima soluzione relativo alla strategia standard backtracking e quello relativo al forward checking e si commentino i risultati.

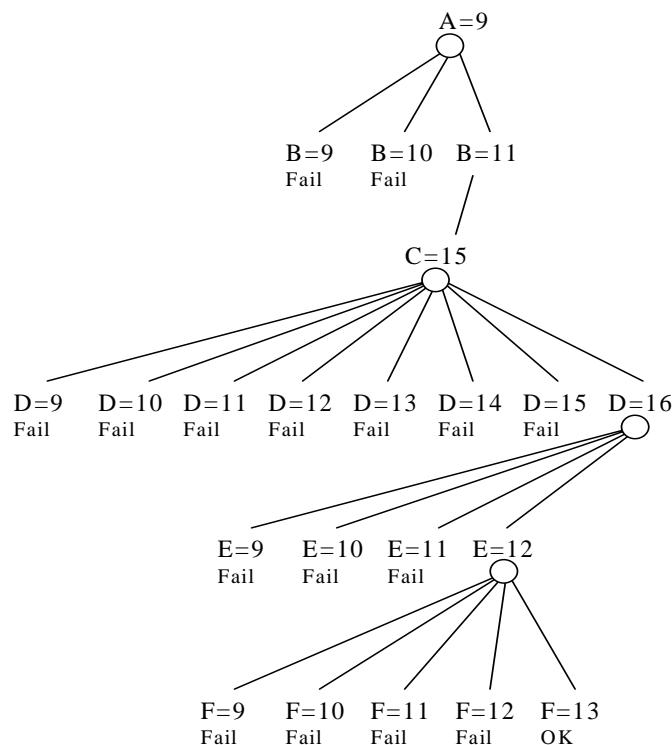
8

SOLUZIONE

- Variabili: clienti
- Domini: possibili orari di visita A, B, C, D, E, F::[9..18]
- Vincoli:
 - Due clienti non possono essere visitati contemporaneamente:
per $\forall X, Y \quad X \neq Y$
 - I clienti C ed F devono essere visitati prima del cliente D:
 $C < D \quad F < D$
 - A è un cliente fuori città, mentre B, C, D, E e F sono tutti in centro. Quindi, per spostarsi da A ad ogni altro cliente si impiegano due ore, mentre qualunque spostamento in centro città viene effettuato a tempo trascurabile (=0).
 $\forall X \in [B, C, D, E, F] \quad A \geq X + 2 \quad \text{OR} \quad X \geq A + 2$
 - Il cliente C può essere visitato solo dalle 15 alle 17.
 - Vincolo unario su C che riduce il suo dominio
 $C \geq 15 \quad \text{e} \quad C \leq 17$

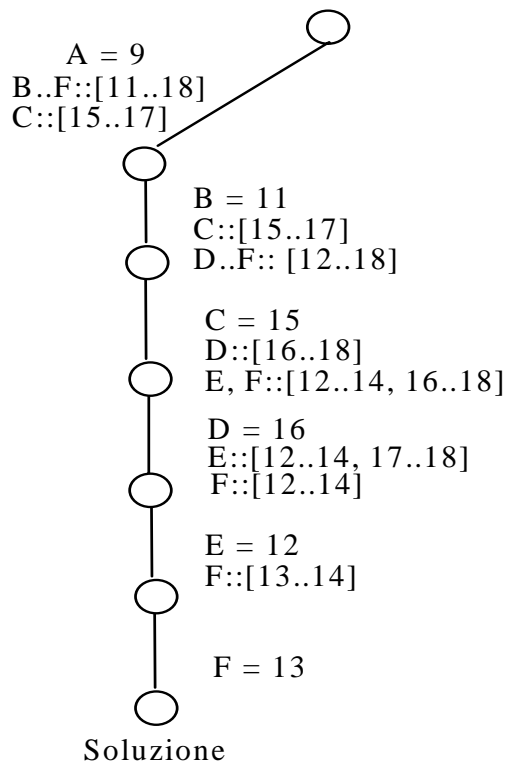
9

STANDARD BACKTRACKING



10

FORWARD CHECKING

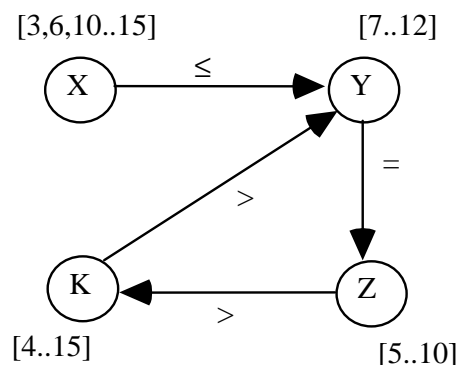


*SI NOTI che non
 ci sono rami di fallimento
 e conseguenti
 backtracking contro i 16
 fallimenti dello std. back.*

11

ESERCIZIO 4

Si consideri la seguente rete di vincoli



$X:: [3, 6, 10..15], Y:: [7..12], K:: [4..15],$
 $Z:: [5..10], Y = Z, Z < K, K > Y, X \leq Y$

E si applichi l'arc-consistenza. Si discuta inoltre cosa
 accade applicando l'arc-consistenza alla stessa rete
 se si introduce un vincolo ulteriore $X = K$.

12

SOLUZIONE

$X :: [3, 6, 10..15]$, $Y :: [7..12]$, $K :: [4..15]$,
 $Z :: [5..10]$, $Y = Z$, $Z < K$, $K > Y$, $X \leq Y$

Risultato dell'arc-consistency

$X = [3, 6, 10]$

$Z = [7..10]$

$K = [8..15]$

$Y = [7..10]$

Introducendo il nuovo vincolo si riporta fallimento. Si noti la computazione incrementale

13

ESERCIZIO 5

- Dati i seguenti vincoli:

$A :: [1..4]$, $B :: [1..4]$, $C :: [2, 4, 6]$,

$D :: [1, 7, 9]$, $E :: [2..5]$,

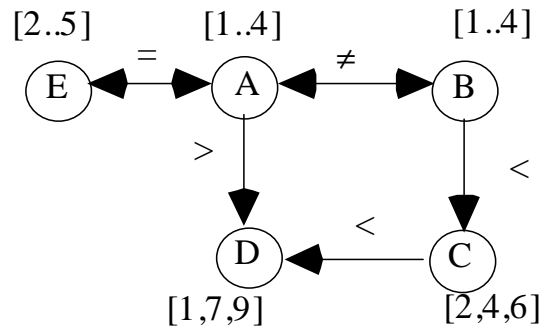
$A > D$, $A \neq B$, $B < C$, $C > D$, $E = A$

- Si disegni il grafo corrispondente al problema di soddisfacimento di vincoli e si applichi l'arc-consistenza. Si disegni l'albero per arrivare alla prima soluzione usando come euristica di assegnamento di valori alle variabili il first-fail e ad ogni istanziazione si riapplichi l'arc-consistenza alla rete residua.

14

SOLUZIONE

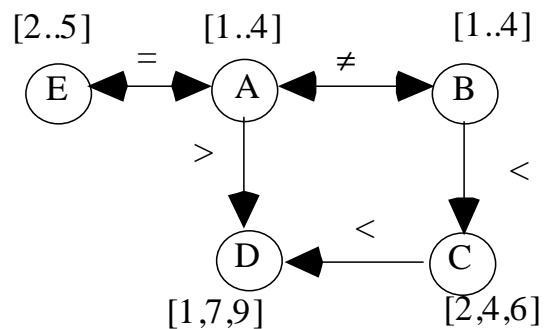
Grafo corrispondente al problema



15

SOLUZIONE

Grafo corrispondente al problema



Dopo l'applicazione dell'arc-consistenza al problema originale si ottiene

A: : [2..4]

B: : [1..4]

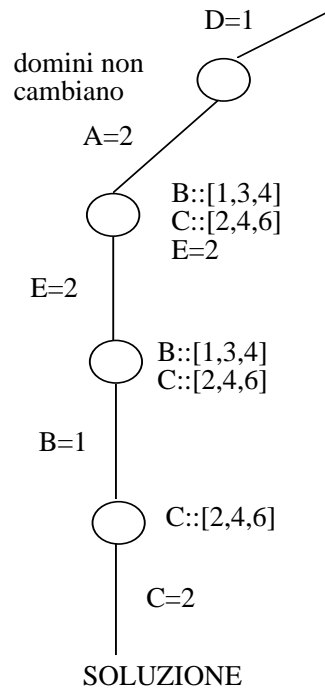
C: : [2, 4, 6]

D = 1

E: : [2..4]

16

RICERCA



SOLUZIONE

A = 2, B = 1, C = 2, D = 1, E = 2