CERCARE SOLUZIONI

Generare sequenze di azioni.

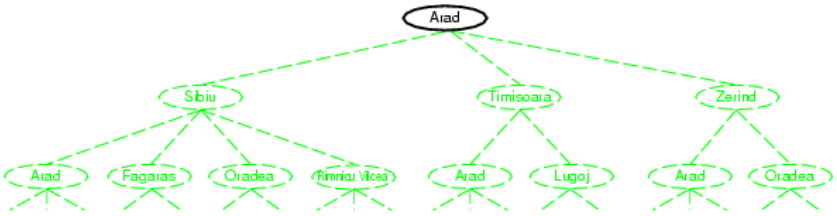
- *Espansione:* si parte da uno stato e applicando gli operatori (o la funzione successore) si generano nuovi stati.
- *Strategia di ricerca:* ad ogni passo scegliere quale stato espandere.
- *Albero di ricerca:* rappresenta l'espansione degli stati a partire dallo stato iniziale (la radice dell'albero).
- Le foglie dell'albero rappresentano gli stati da espandere.

Alberi di ricerca

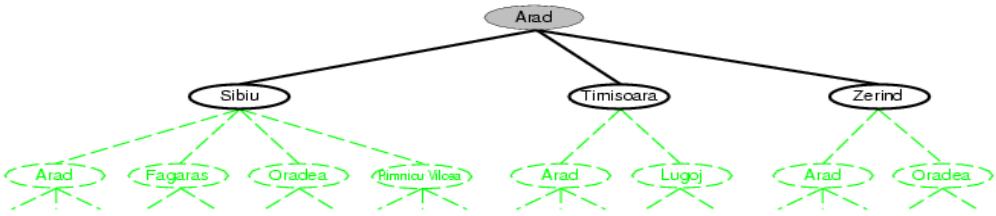
- Idea base:
  - esplrazione, fuori linea, simulata, dello spazio degli stati generando successori di stati gia' esplorati.

```
function TREE-SEARCH( problem, strategy) returns a solution, or failure
    initialize the search tree using the initial state of problem
    loop do
        if there are no candidates for expansion then return failure
        choose a leaf node for expansion according to strategy
        if the node contains a goal state then return the corresponding solution
        else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
```

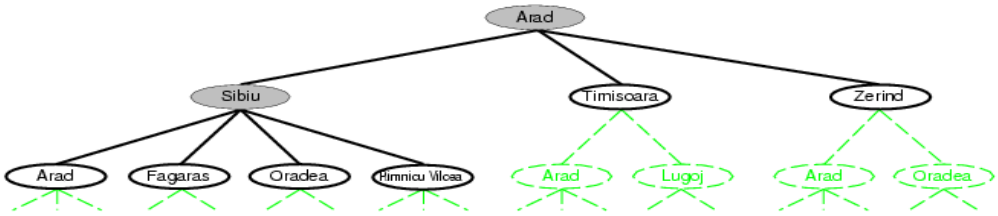
Tree search example



Tree search example

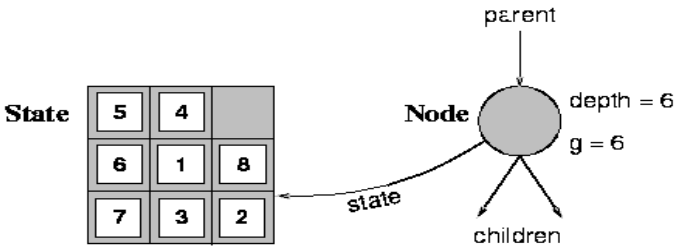


Albero di ricerca, esempio



Strutture dati per l' albero di ricerca (struttura di un nodo)

- Lo stato nello spazio degli stati a cui il nodo corrisponde.
- Il nodo genitore.
- L'operatore che è stato applicato per ottenere il nodo.
- La profondità del nodo.
- Il costo del cammino dallo stato iniziale al nodo



Implementazione

```
function TREE-SEARCH( problem, fringe) returns a solution, or failure
    fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
    loop do
        if fringe is empty then return failure
        node ← REMOVE-FRONT(fringe)
        if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
        fringe ← INSERTALL(EXPAND(node, problem), fringe)

function EXPAND( node, problem) returns a set of nodes
    successors ← the empty set
    for each action, result in SUCCESSOR-FN[problem](STATE[node]) do
        s ← a new NODE
        PARENT-NODE[s] ← node;  ACTION[s] ← action;  STATE[s] ← result
        PATH-COST[s] ← PATH-COST[node] + STEP-COST(node, action, s)
        DEPTH[s] ← DEPTH[node] + 1
        add s to successors
    return successors
```


L'EFFICACIA DELLA RICERCA

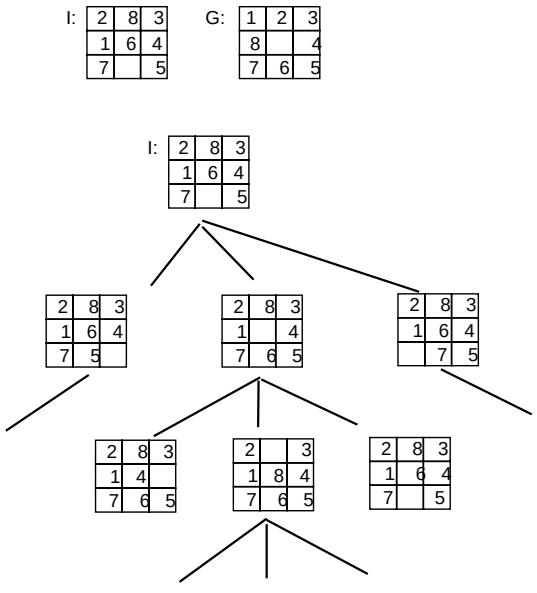
- Si riesce a trovare una soluzione?
- È una buona soluzione? (con basso costo di cammino – costo in linea)
- Qual è il costo della ricerca? (tempo per trovare una soluzione – costo fuori linea)
- Costo totale di ricerca = costo di cammino + costo di ricerca.
- Scegliere stati e azioni → L'importanza dell'astrazione

ESEMPIO: IL GIOCO DEL 8

- Stati: posizione di ciascuna delle tessere;
- Operatori: lo spazio vuoto si sposta a destra, a sinistra, in alto e in basso;
- Test obiettivo: descrizione dello stato finale;
- Costo di cammino: ciascun passo costa 1.

ESEMPIO: IL GIOCO DEL 8

Stato iniziale Goal



STRATEGIE DI RICERCA

- I problemi che i sistemi basati sulla conoscenza devono risolvere sono non-deterministici (don't know)
- In un certo istante più azioni possono essere svolte (azioni: applicazioni di operatori)
- STRATEGIA: è un'informazione sulla conoscenza che sarà applicata potendone invocare molteplici. Due possibilità
  - Non utilizzare alcuna conoscenza sul dominio: applicare regole in modo arbitrario (strategie non-informate) e fare una ricerca ESAUSTIVA.
  - Impraticabile per problemi di una certa complessità.

STRATEGIE DI RICERCA

- La strategia di controllo deve allora utilizzare **CONOSCENZA EURISTICA** sul problema per la selezione degli operatori applicabili
- Le strategie che usano tale conoscenza si dicono **STRATEGIE INFORMATE**
- ESTREMO:
  - La conoscenza sulla strategia è così completa da selezionare ogni volta la regola CORRETTA
  - REGIME IRREVOCABILE (ALTRIMENTI PER TENTATIVI)

STRATEGIE DI RICERCA

- La scelta di quale stato espandere nell'albero di ricerca prende il nome di strategia.
- Abbiamo strategie informate (o euristiche) e non informate (blind).
- Le stategie si valutano in base a quattro criteri:
  - Completezza: la strategia garantisce di trovare una soluzione quando ne esiste una?
  - Complessità temporale: quanto tempo occorre per trovare una soluzione?
  - Complessità spaziale: Quanta memoria occorre per effettuare la ricerca?
  - Ottimalità: la strategia trova la soluzione di "qualità massima" quando ci sono più soluzioni?

STRATEGIE DI RICERCA

- STRATEGIE DI RICERCA NON-INFORMATE:
  - breadth-first (a costo uniforme);
  - depth-first;
  - depth-first a profondità limitata;
  - ad approfondimento iterativo.

L'algoritmo generale di ricerca

```
function GENERAL-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
    if there are no candidates for expansion then return failure
    choose a leaf node for expansion according to strategy
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
  end
```


L'algoritmo generale di ricerca

```
function GENERAL-SEARCH(problem, QUEUING-FN) returns a solution, or failure

  nodes ← MAKE-QUEUE(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]))
  loop do
    if nodes is empty then return failure
    node ← REMOVE-FRONT(nodes)
    if GOAL-TEST[problem] applied to STATE(node) succeeds then return node
    nodes ← QUEUING-FN(nodes, EXPAND(node, OPERATORS[problem]))
  end
```

Tramite l'argomento **Queuing-Fn** viene passata una funzione per accodare i nodi ottenuti dall'espansione

BREADTH-FIRST

- Definizione di profondità:
  - La PROFONDITÀ del nodo da cui si parte è uguale a 0; la profondità di un qualunque altro nodo è la profondità del genitore più 1.
- ESPANDE sempre i nodi MENO PROFONDI dell'albero.
- Nel caso peggiore, se abbiamo profondità d e fattore di ramificazione b il numero massimo di nodi espansi nel caso peggiore sarà b^d. (complessità temporale).
  - $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + (b^d - 1) \dashrightarrow b^d$

BREADTH-FIRST

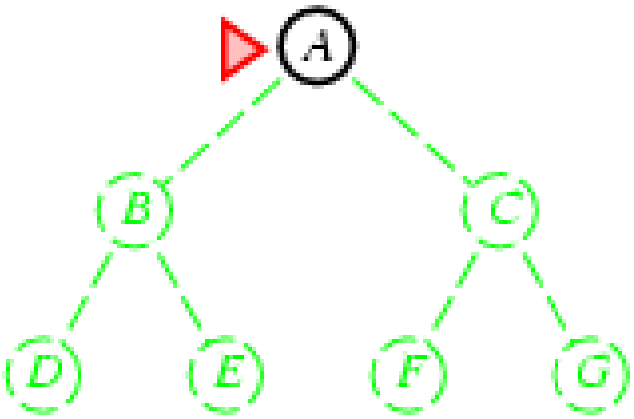
- All'ultimo livello sottraiamo 1 perché il goal non viene ulteriormente espanso.
- Questo valore coincide anche con la complessità spaziale (numero di nodi che manteniamo contemporaneamente in memoria).
- L'esplorazione dell'albero avviene tenendo CONTEMPORANEAMENTE aperte più strade.
- Tale strategia garantisce la COMPLETEZZA, ma NON permette una EFFICIENTE IMPLEMENTAZIONE su sistemi mono-processore (architetture multi-processore).

BREADTH-FIRST

- In particolare, con profondità 10 e fattore di ramificazione 10 dovremmo espandere 10^{10} nodi, (tempo 128 giorni e 1 terabyte di memoria immaginando che un nodo richieda 100 byte di memoria e vengano espansi 1000 nodi al secondo).
- Il problema della memoria sembra essere il più grave.
- Trova sempre il cammino a costo minimo se il costo coincide con la profondità (altrimenti dovremmo utilizzare un'altra strategia che espande sempre il nodo a costo minimo → strategia a costo uniforme).
- La strategia a costo uniforme è completa e, a differenza della ricerca in ampiezza, ottimale anche quando gli operatori non hanno costi uniformi. (complessità temporale e spaziale uguale a quella in ampiezza).

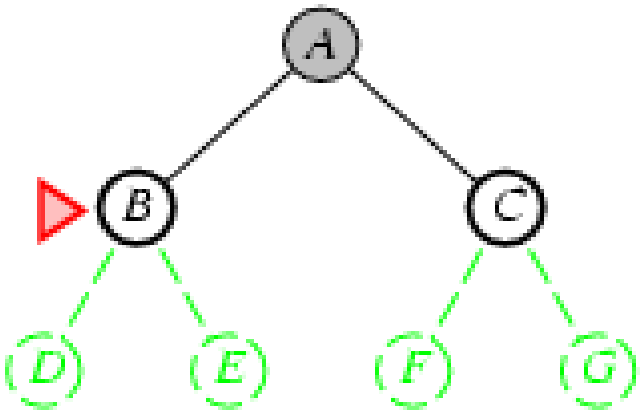
Ricerca Breadth-first

- Espande I nodi a profondita` minore
- Implementazione:
  - *fringe* e' una coda FIFO, i.e. successori in fondo.



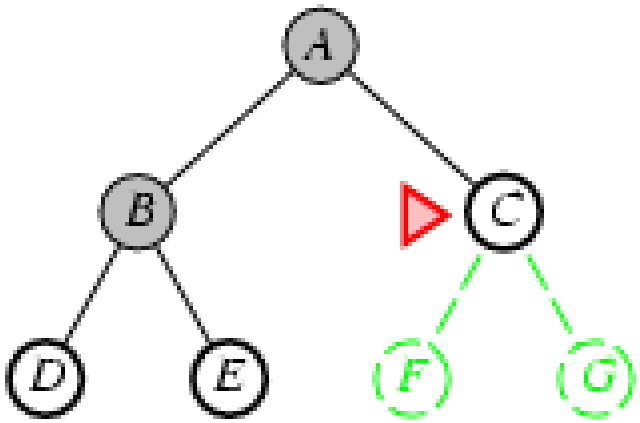
Ricerca Breadth-first

- Espande I nodi a profondita` minore
- Implementazione:
  - *fringe* e' una coda FIFO, i.e. successori in fondo.



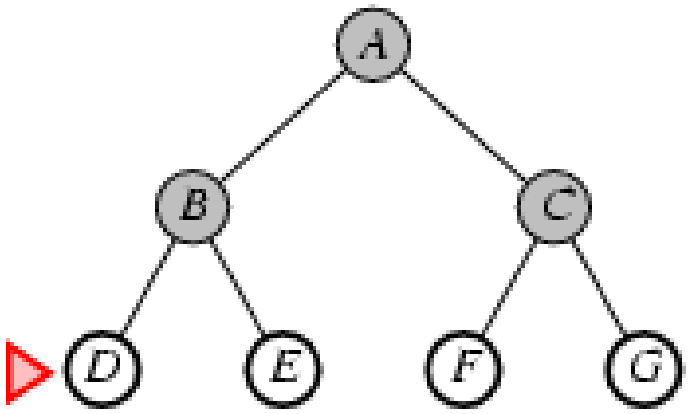
Ricerca Breadth-first

- Espande I nodi a profondita` minore
- Implementazione:
  - *fringe* e' una coda FIFO, i.e. successori in fondo.

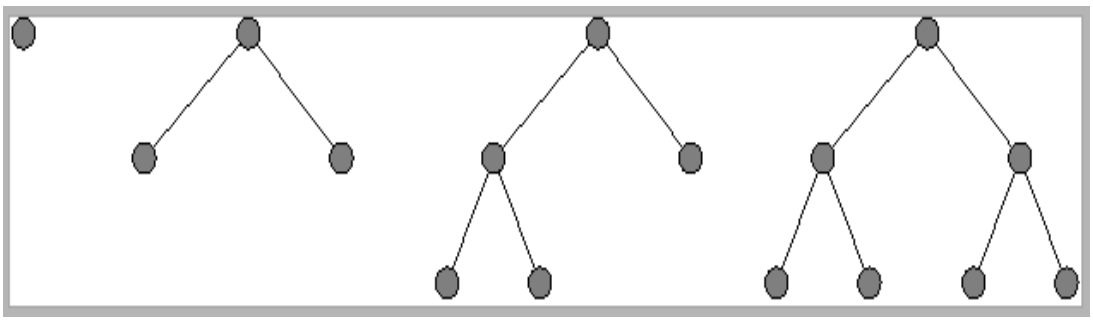


Ricerca Breadth-first

- Espande I nodi a profondita` minore
- Implementazione:
  - *fringe* e' una coda FIFO, i.e. successori in fondo.



Ricerca in ampiezza



QueueingFn = metti i successori alla fine della coda

Properties of breadth-first search

Complete?? Yes (if b is finite)

Time?? $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d = O(b^d)$, i.e., exponential in d

Space?? $O(b^d)$ (keeps every node in memory)

Optimal?? Yes (if cost $= 1$ per step); not optimal in general

Space is the big problem; can easily generate nodes at 1MB/sec
so 24hrs $=$ 86GB.

b - massimo fattore di diramazione dell'albero di ricerca

d - profondità della soluzione a costo minimo

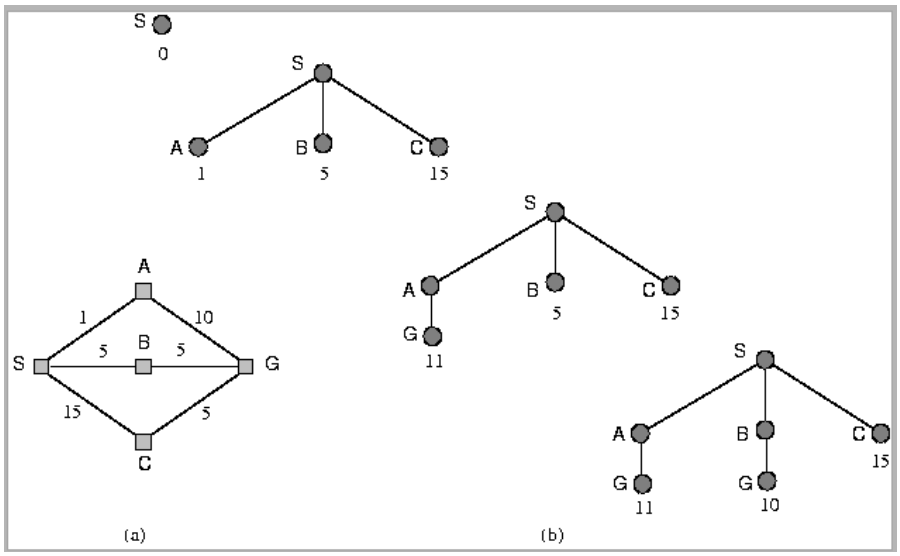
m - massima profondità dello spazio degli stati (può essere infinita)

Ricerca in ampiezza

Depth	Nodes	Time	Memory
0	1	1 millisecond	100 bytes
2	111	.1 seconds	11 kilobytes
4	11,111	11 seconds	1 megabyte
6	10^6	18 minutes	111 megabytes
8	10^8	31 hours	11 gigabytes
10	10^{10}	128 days	1 terabyte
12	10^{12}	35 years	111 terabytes
14	10^{14}	3500 years	11,111 terabytes

Lo svantaggio principale è l'eccessiva occupazione di memoria. Nell'esempio si suppone che il fattore di ramificazione sia b=10. Si espandono 1000 nodi/secondo. Ogni nodo occupa 100 byte di memoria.

Ricerca a costo uniforme
ciascun nodo è etichettato con il costo *g(n)*



QueueingFn = inserisci i successori in ordine di costo di cammino crescente

STRATEGIE DI RICERCA: DEPTH FIRST

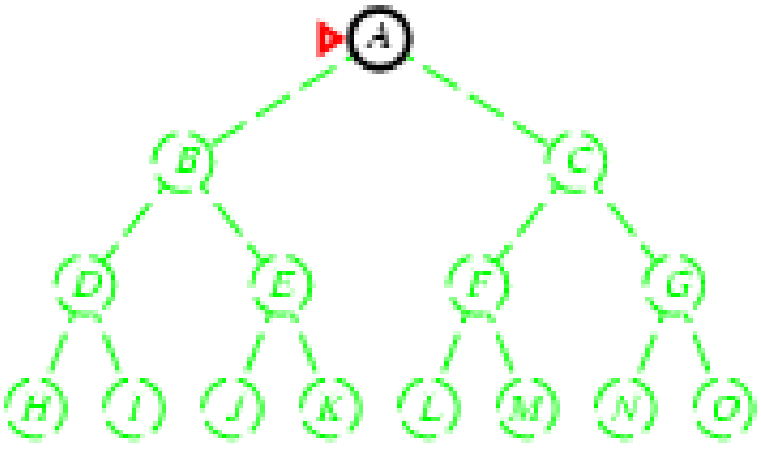
- ESPANDE per primi nodi PIÙ PROFONDI;
- I nodi di UGUALE PROFONDITÀ vengono selezionati ARBITRARIAMENTE (quelli più a sinistra).
- La ricerca in profondità richiede un'occupazione di memoria molto modesta.
- Per uno spazio degli stati con fattore di ramificazione b e profondità massima d la ricerca richiede la memorizzazione di b*d nodi.
- La complessità temporale è invece analoga a quella in ampiezza.
- Nel caso peggiore, se abbiamo profondità d e fattore di ramificazione b il numero massimo di nodi espansi nel caso peggiore sarà b^d. (complessità temporale).

Strategia Depth-first

- EFFICIENTE dal punto di vista realizzativo: può essere memorizzata una sola strada alla volta (un unico stack)
- Può essere NON-COMPLETA con possibili loop in presenza di rami infiniti.(INTERPRETE PROLOG).
-

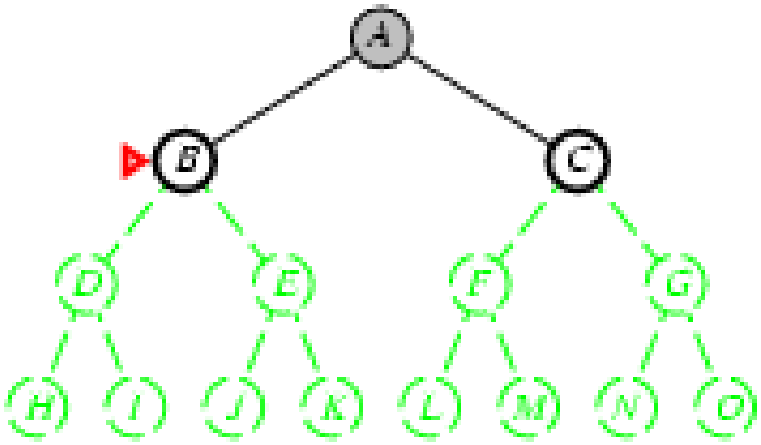
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



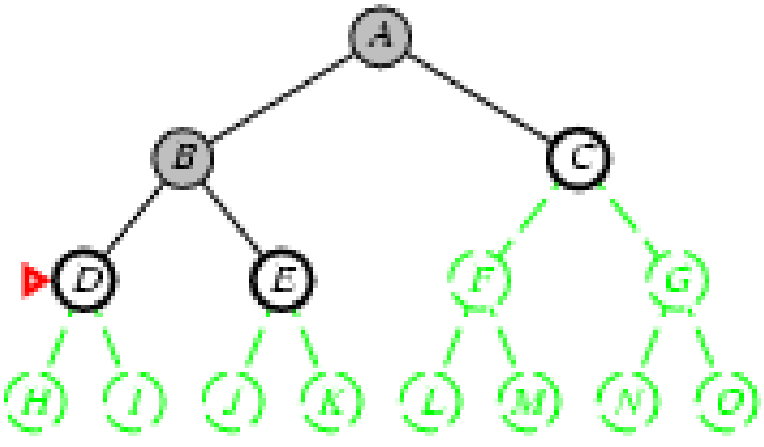
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



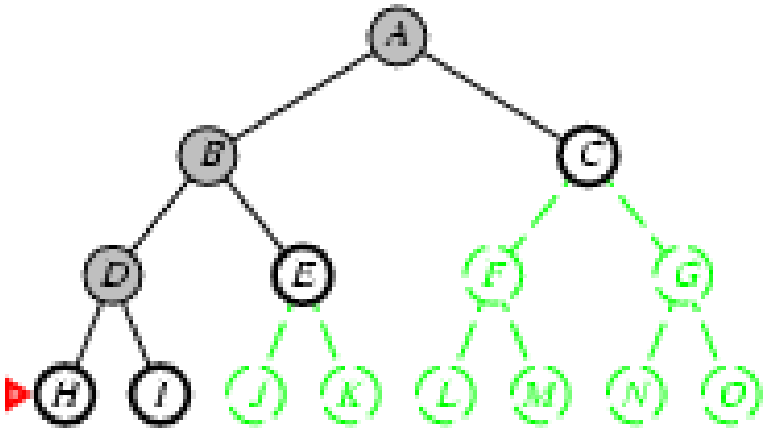
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



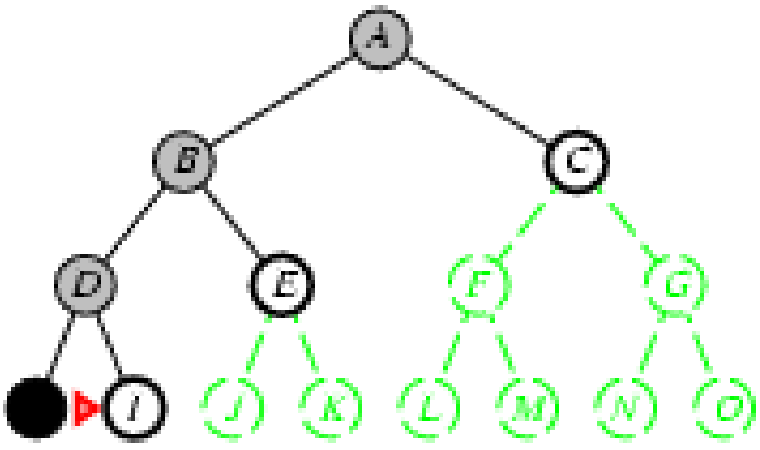
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



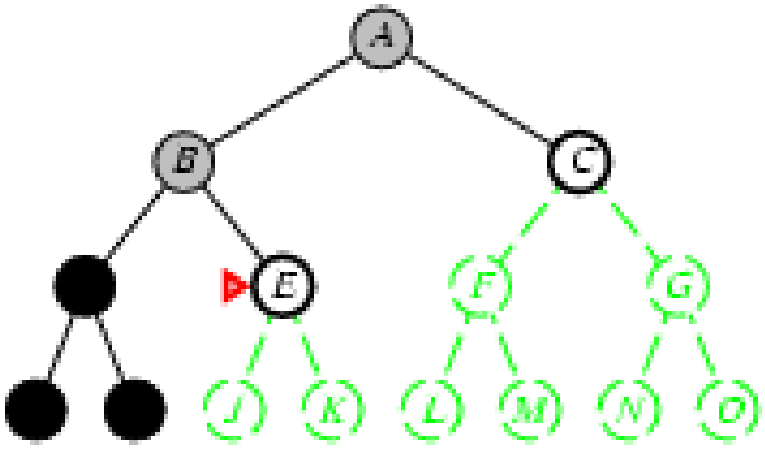
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



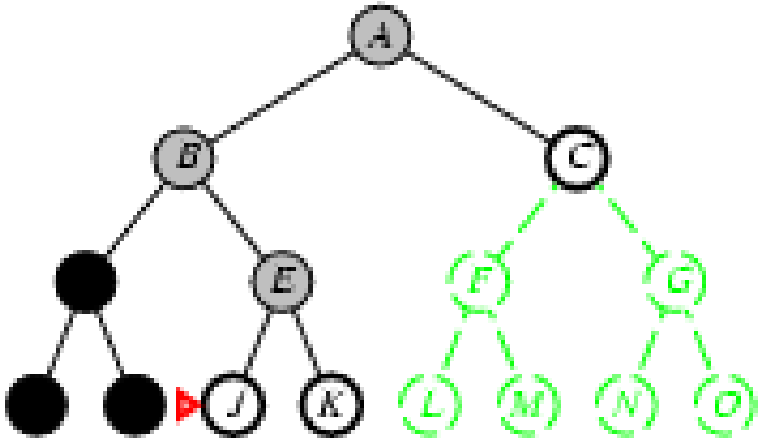
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



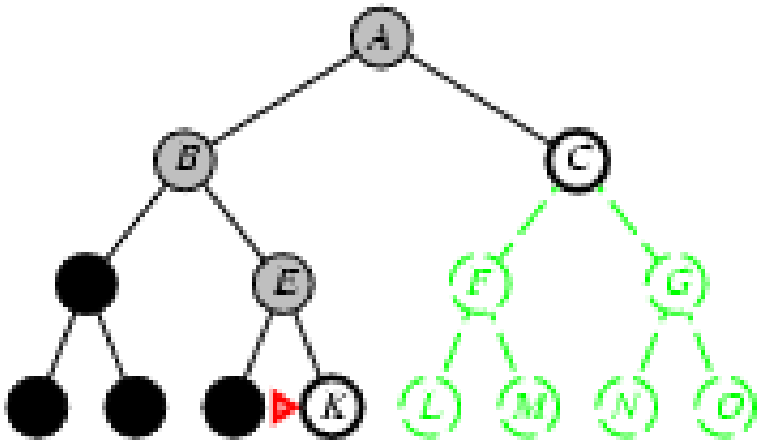
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



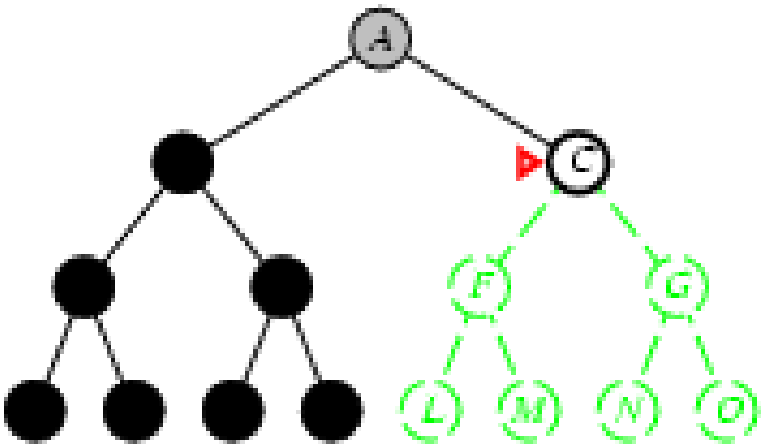
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



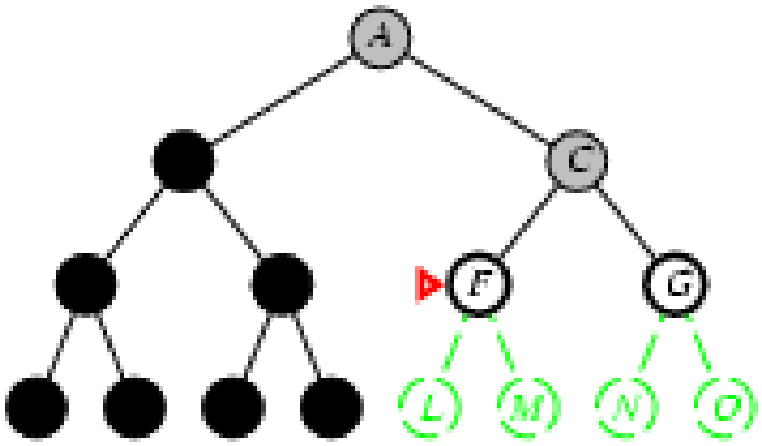
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



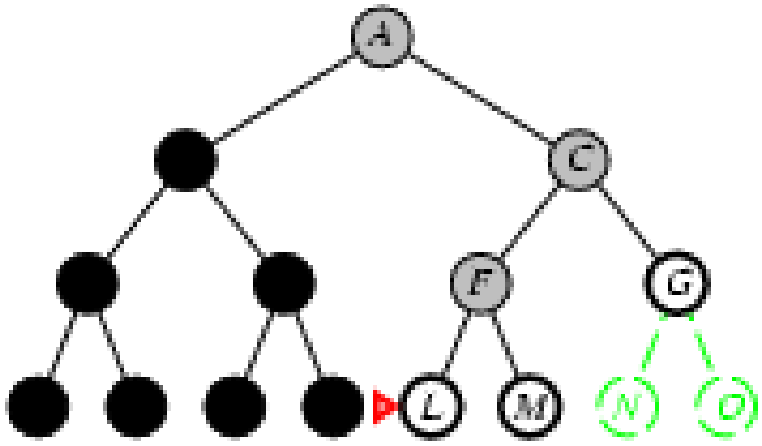
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



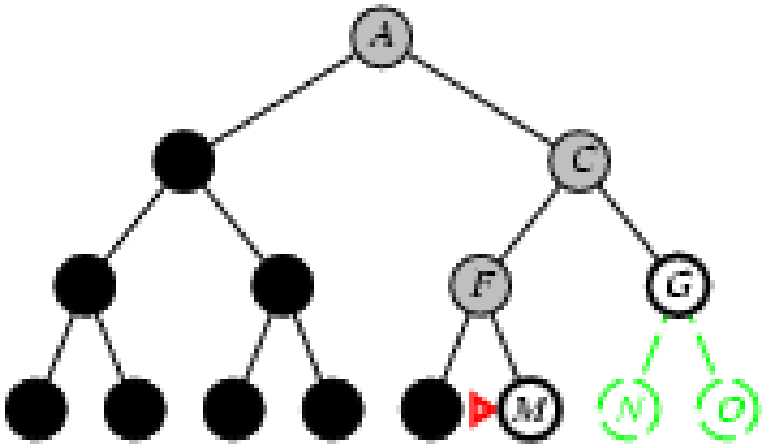
Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.

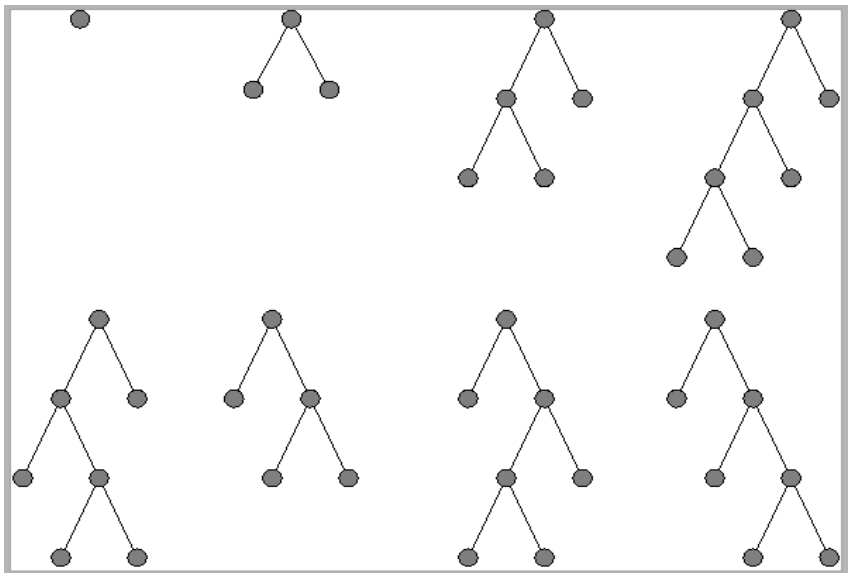


Ricerca Depth-first

- Espande I nodi piu' profondi
- Implementazione:
  - *fringe* = coda LIFO, successori in testa.



Ricerca in profondità



QueueingFn = inserisci i successori all'inizio della coda.
si assume che i nodi di profondità 3 non abbiano successori

Properties of depth-first search

Complete?? No: fails in infinite-depth spaces, spaces with loops
Modify to avoid repeated states along path
$\Rightarrow$ complete in finite spaces

Time?? $O(b^m)$: terrible if m is much larger than d
but if solutions are dense, may be much faster than breadth-first

Space?? $O(bm)$, i.e., linear space!

Optimal?? No

b - massimo fattore di diramazione dell'albero di ricerca

d - profondità della soluzione a costo minimo

m - massima profondità dello spazio degli stati (può essere infinita)

SEMPLICE ALGORITMO DI RICERCA:

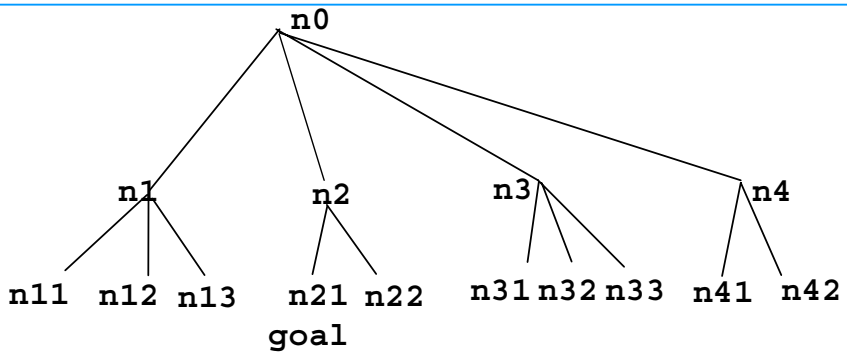
- Un nodo di (un albero di) ricerca e' una strada da uno stato X allo stato iniziale (ad esempio [X,B,A,S])
- Lo stato di un nodo di ricerca e' lo stato piu' recente della strada
- Sia L una lista di nodi (ad esempio [[X,B,A,S], [C,B,A,S])
- Sia S lo stato iniziale.

1. Inizializza L con S (Visited = [S])
2. **Estrai un nodo n da L**. Se L è vuota fallisci;
3. Se lo stato di n è il goal fermati e ritorna esso più la strada percorsa per raggiungerlo (n).
4. Altrimenti rimuovi n da L e **aggiungi a L** tutti i nodi figli di n non in Visited, con la strada percorsa partendo dal nodo iniziale.
5. Aggiungi tali figli a Visited
6. Ritorna al passo 2

Implementazione delle differenti Strategie di Ricerca

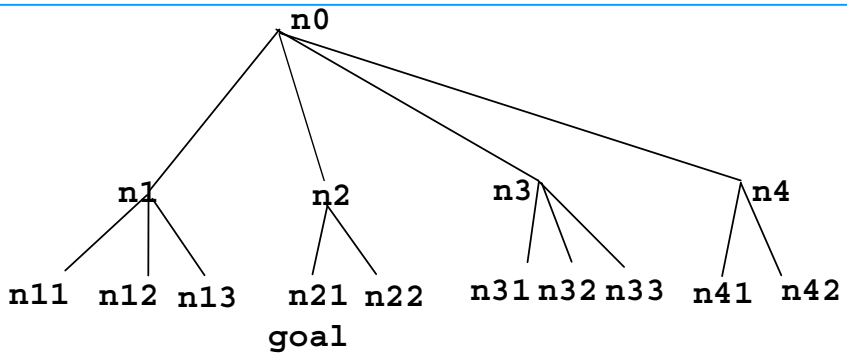
- Depth-first:
  - Estrai il primo elemento di Q;
  - Aggiungi I nodi figli in testa a Q
- Breadth-first
  - Estrai il primo elemento di Q;
  - Aggiungi I nodi figli in coda a Q

ESEMPIO: DEPTH-FIRST



- Depth-first: figli espansi aggiunti in testa a L.:
  - n0
  - n1,n2,n3,n4
  - n11,n12,n13,n2,n3,n4
  - n11,n12,n13,n2,n3,n4
  - n12,n13,n2,n3,n4
  - n13,n2,n3,n4
  - n2,n3,n4
  - **n21**,n22,n3,n4 Successo

ESEMPIO: BREADTH-FIRST



- Breadth-first: figli espansi aggiunti in coda a L.
  - n0
  - n1,n2,n3,n4
  - n2,n3,n4,n11,n12,n13
  - n3,n4,n11,n12,n13,n21,n22
  - n4,n11,n12,n13,n21,n22,n31,n32,n33
  - n11,n12,n13,n21,n22,n31,n32,n33,n41,n42
  - n12,n13,n21,n22,n31,n32,n33,n41,n42
  - n13,n21,n22,n31,n32,n33,n41,n42
  - **n21**,n22,n31,n32,n33,n41,n42 Successo

RICERCA A PROFONDITÀ LIMITATA

- E' una variante della depth-first
- Si prevede una PROFONDITÀ MASSIMA di ricerca.
- Quando si raggiunge il MASSIMO di profondità o un FALLIMENTO si considerano STRADE ALTERNATIVE della stessa profondità (se esistono), poi minori di una unità e così via (BACKTRACKING).
- Si possono stabilire limiti massimi di profondità (non necessariamente risolvono il problema della completezza).
- Evita di scendere lungo rami infiniti

Ricerca a profondita` limitata l

I nodi a profondita` l non hanno successori.

- Implementazione Ricorsiva:

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, limit) returns soln/fail/cutoff
  RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)
function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
  cutoff-occurred? ← false
  if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
  else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
  else for each successor in EXPAND(node, problem) do
      result ← RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
      if result = cutoff then cutoff-occurred? ← true
      else if result ≠ failure then return result
  if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```


RICERCA AD APPROFONDIMENTO ITERATIVO

- La ricerca ad approfondimento iterativo evita il problema di scegliere il limite di profondità massimo provando tutti i possibili limiti di profondità.
  - Prima 0, poi 1, poi 2 ecc…
- Combina i vantaggi delle due strategie. È completa e sviluppa un solo ramo alla volta.
- In realtà tanti stati vengono espansi più volte, ma questo non peggiora sensibilmente i tempi di esecuzione.
- In particolare, il numero totale di espansioni è: $(d+1)1 + (d)b + (d-1)b^2 +\ldots+ 3b^{d-2} + 2b^{d-1} +b^d$.
- In generale è il preferito quando lo spazio di ricerca è molto ampio.

Ricerca ad approfondimento iterativo – Iterative deepening search (IDS)

- Puo' emulare la breadth first mediante ripetute applicazioni della depth first con una profondita` limite crescente.

1. C=1
2. Applica depth first con limite C, se trovi una soluzione termina
3. Altrimenti incrementa C e vai al passo 2

Ricerca ad approfondimento Iterativo

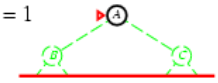
```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH( problem) returns a solution, or failure
    inputs: problem, a problem
    for depth ← 0 to ∞ do
        result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, depth)
        if result ≠ cutoff then return result
```

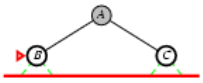
Iterative deepening search *l* =0

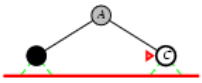
Limit = 0

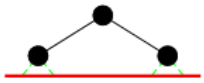
Iterative deepening search *l* =1

Limit = 1

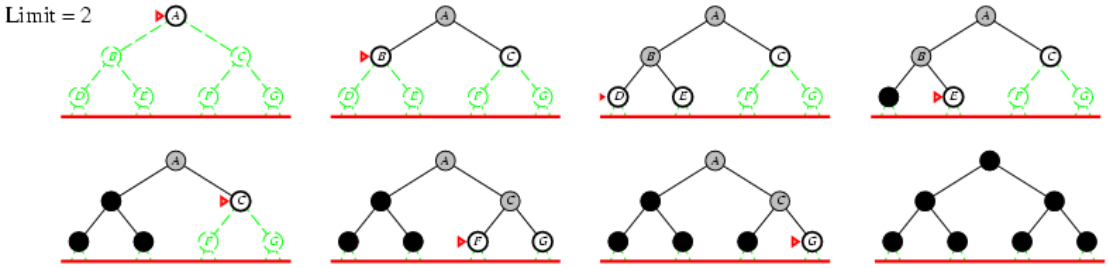




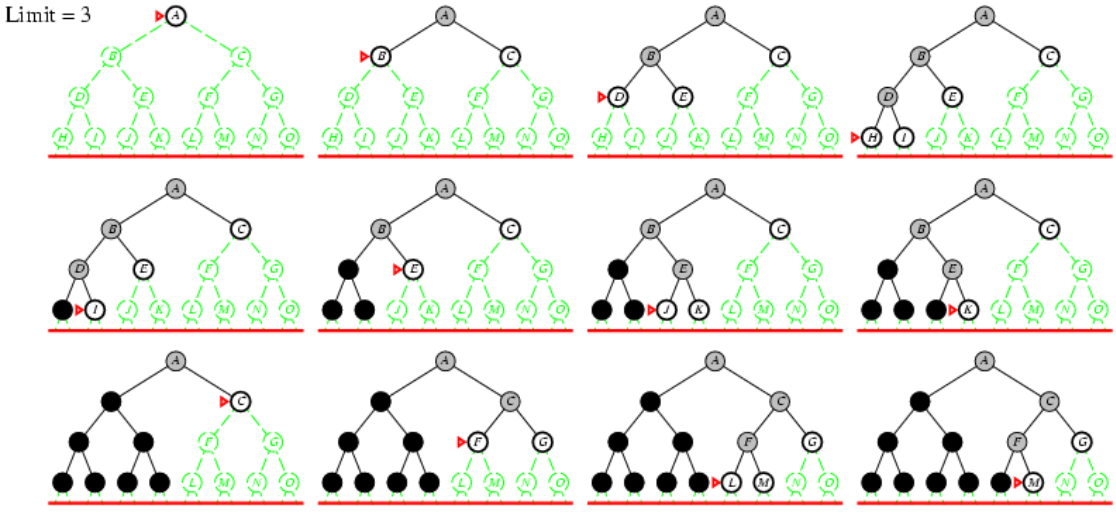




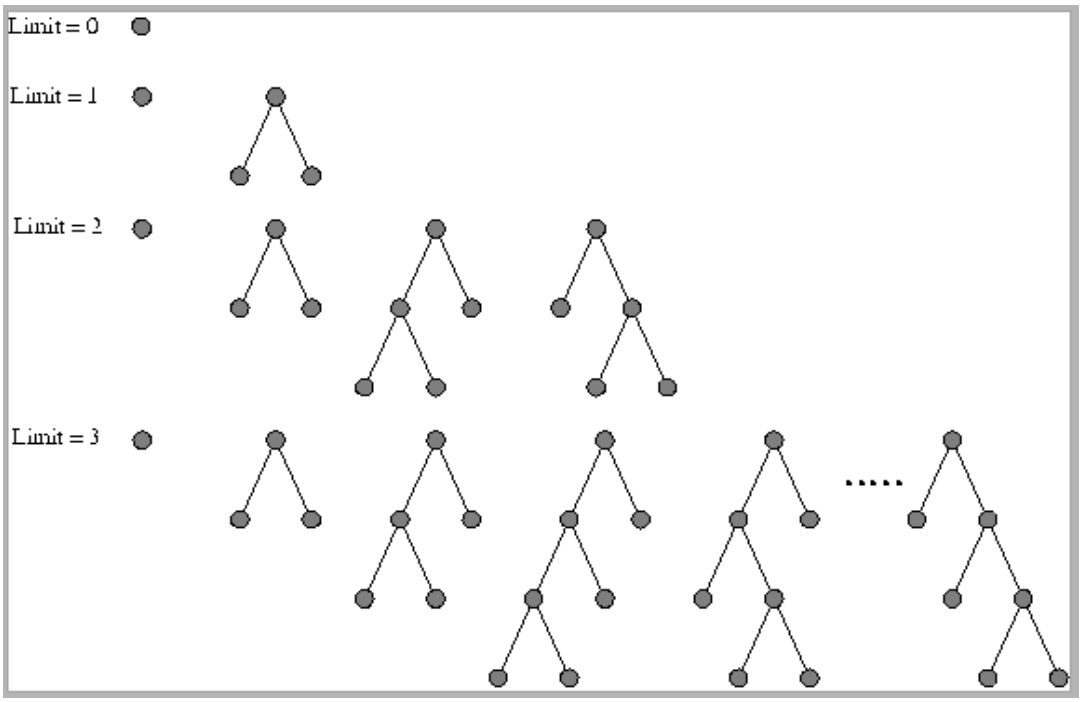
Iterative deepening search *l* =2



Iterative deepening search *l* =3



Ricerca con approfondimento iterativo



Properties of iterative deepening search

Complete?? Yes

Time?? $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$

Space?? $O(bd)$

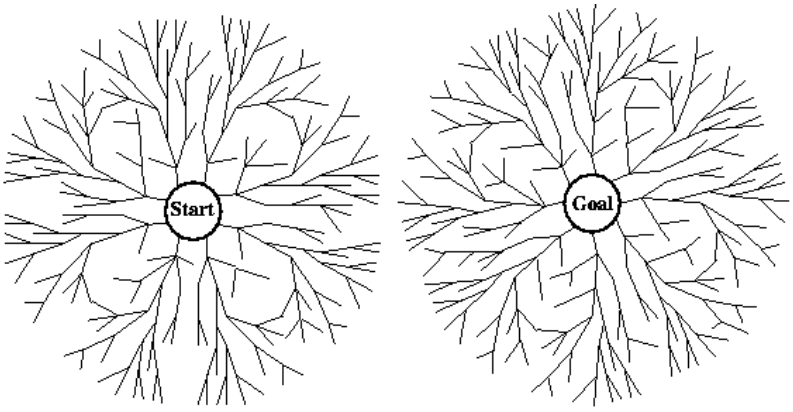
Optimal?? Yes, if step cost $= 1$
Can be modified to explore uniform-cost tree

b - massimo fattore di diramazione dell'albero di ricerca

d - profondità della soluzione a costo minimo

m - massima profondità dello spazio degli stati (può essere infinita)

Ricerca bidirezionale



Confronto fra le strategie di ricerca

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Time	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d	$b^{d/2}$
Space	b^d	b^d	bm	bl	bd	$b^{d/2}$
Optimal?	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes
Complete?	Yes	Yes	No	Yes, if $l \geq d$	Yes	Yes

b = fattore di ramificazione; d = profondià della soluzione; m=profondità massima dell'albero di ricerca; l=limite di profondità.